



UNIVERSIDAD NACIONAL GENERAL SARMIENTO  
LOS POLVORINES - BUENOS AIRES

*Descripción y análisis del desarrollo de unas  
actividades de taller sobre fracciones y  
números fraccionarios dirigidas a profesores  
formadores de profesores*

*Trabajo Final de la Especialización en Didáctica  
de las Ciencias, Orientación Matemática*

AUTOR

*Claudia Roxana Romano*

TUTORA

*Dra. Myriam Ortiz Hurtado*

Doctora en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa

Santiago del Estero, Febrero de 2015

## INDICE

INTRODUCCION.....	2
CAPITULO 1.....	3
Actividad 1.....	4
Actividad 2.....	5
CAPITULO 2.....	16
Actividad 3.....	17
Tarea 1.....	18
Tarea 2.....	22
Tarea 3.....	25
Tarea 4.....	28
Tarea 5.....	33
Tarea 6.....	33
Tarea 7.....	44
Bibliografía.....	58
CAPITULO 3.....	59
Actividad 1.....	60
Actividad 2.....	62
Dificultades frente al uso y significado de los términos que se relacionan con las operaciones aritméticas.....	64
Actividad 3.....	66
Tarea 1.....	66
Tarea 2.....	69
Tarea 3.....	70
Tarea 4.....	71
Tarea 5.....	72
Tarea 6.....	72
Tarea 7.....	73
Del trabajo con dos problemas del Papiro de Rhind.....	74
Actividad 4.....	75

## Introducción

A través de este taller se pretendió abordar un tema tan conocido y a la vez tan complejo como es el de las fracciones tanto por su comprensión conceptual como por la destreza del cálculo. Durante el desarrollo del mismo se conjugaron varios aspectos, por un lado asociar la idea de fracción a partir de situaciones en la que está implícita la teoría constructivista, como una de las tantas posibles interpretaciones de la fracción, y por otro lado repensar como docente los conocimientos que se posee sobre los procesos de enseñanza- aprendizaje acerca de este tema ya que en definitiva las ideas actúan como un filtro a la hora de transformar la información teórica a recursos prácticos.

El trabajo que se presenta se divide en tres capítulos: en el primero de ellos se desarrollan dos actividades importantes referidas a las ideas previas que se tienen acerca del concepto de fracción y de las nociones aritméticas, para ello se utilizan ejemplos y comentarios, que fueron construyéndose a lo largo del taller y que se sintetizan en un dialogo entre la autora y la tutora; en el segundo capítulo se presentan la realización de las actividades del taller que la tutora propone a través de material concreto y finalmente en el tercer capítulo se mencionan todos los aprendizajes, dificultades, comentarios, vínculos con otras temas matemáticos, sugerencias, que surgieron al realizar las actividades del taller.

## Capítulo 1

---

*Presentación de la propuesta de trabajo y desarrollo de las primeras actividades sobre el concepto de fracción y de las nociones aritméticas.*

My: La idea de lo que le propongo que realice es lograr que revise nociones y conceptos suyos, que esa revisión le sirva, para mirar, como piensa inicialmente, qué nociones y conocimientos utiliza para resolver una actividad, qué tan válidos son los conocimientos que utiliza, qué cosas se le pasan y no logra pensarlas inicialmente. Qué errores se cometen con las nociones que manejamos.

Con esa información frente a cada actividad, podría ver que tan compleja es la aritmética inicial. Podría identificar que observaciones son necesarias y se deben sugerir a los niños y jóvenes para que aprendan de manera más completa las nociones aritméticas. Qué actividades podrían resultar más efectivas, pensándolas para niños y jóvenes. Cómo se podrían transformar las actividades que realiza para que les permitan a los niños y jóvenes aprender comprensivamente. Y finalmente que posible secuencia podrían tener las actividades para que al hacerlas los niños y los jóvenes, se aproximen a una noción. Igualmente se podría pensar qué nociones son prerrequisitos de otras nociones. Esto y muchas otras cosas más surgen cuando uno enfrenta y resuelve actividades de tipo que le propondré.

Otras cosas diferentes le surgen a los niños y jóvenes porque sus preocupaciones son diferentes. En este trabajo la preocupación de nuestra parte es buscar la manera de ayudar a que los niños y jóvenes aprendan de mejor forma la aritmética. Entonces comencemos....

My: **Actividad 1:** ¿cuál es su idea de fracción?

C: Fraccionar es repartir en partes iguales un todo concreto, pero al realizar esta acción existe un vínculo entre el número de parte (n) y el total de

esas partes (t). El mismo posee las siguientes características: \*) Se parte en partes iguales. \*\*) El número de parte (n) es menor o igual que el total de esas partes (t). \*\*\*) La unidad concreta es la unidad superior y máxima de representación.

My: **Actividad 2:** Veamos....ahora la estrategia es pensar en primera instancia en la cotidianidad y el significado que en tu cotidianidad tienen las expresiones con que trabajaremos, siempre dando ejemplos. Luego pensar en el significado aritmético que las mismas palabras tienen y de nuevo dar ejemplos ilustrar con dibujos. Vamos a trabajar en principio sobre las palabras AGREGAR, JUNTAR, QUITAR, SEPARAR, REPETIR, DUPLICAR, TRIPLICAR, PARTIR, REPARTIR, PARTIR EN PARTES IGUALES, REPARTIR EN PARTES IGUALES. Escribe lo que haces, trata de contarme lo que piensas.

Tarea que pueden orientar hacia la reflexión:

1. Escriba frases o describa situaciones cotidianas en las que use las palabras anteriores. (Deseablemente dos frases para cada palabra o expresión).
2. ¿Qué quiere decir con cada frase? ¿Cómo espera que la interprete otra persona?
3. Algunas de las palabras o expresiones tienen uso y significado en aritmética. ¿Cuáles son esas palabras y qué significado aritmético tienen? Ilustre con ejemplos.

- AGREGAR

C: Entiendo que es una cantidad que se aumenta a otra que se tiene. Por ejemplo: Tengo diez chupetines en una bandeja y se agregan cinco más.

My: En términos cotidianos, agregar es una acción. Se agrega una cantidad de algo. Revisa esta idea de agregar. ¿Qué elementos se pueden agregar entre sí? ¿Qué pasa al agregar algo a otro algo? ¿Hay cantidades de elementos que no se pueden agregar a otras cantidades? ¿Por qué si y por qué no? Al pensar en estas ideas quizás encuentres la necesidad de aclarar un poco la noción de cantidad y sobre una posible clasificación de las cantidades. Es lo mismo agregar una cantidad de algo a otra cantidad de algo, que adicionar números? Y pensemos por ahora en los números que sirven para contar, determinando o representando cantidades y los números que nos sirven para medir cantidades de elementos de uso cotidiano.

C: A ver si entendí...si agregar es la acción, entonces aumentar es por ejemplo: En la fotocopidora de la escuela se realizaron en la mañana 35 fotocopias y en la tarde del mismo día se sacan otras 22 fotocopias más. ¿Cuántas copias se realizaron durante el día? Entonces la respuesta sería que, a las 35 fotocopias se deben agregar 22 copias más, para averiguar la cantidad total que se realizaron durante ese día, se debe agregar algo de la misma naturaleza a otro algo que se tiene, en este caso ese algo son las fotocopias, pero no siempre lo que se agregar corresponde a la misma naturaleza.

*Se agregan cosas que se tienen, se suman cantidades*

My: Con este ejemplo podemos mirar un poco la diferencia entre agregar y sumar cuando se trata de situaciones reales y cuando se trata de cálculos aritméticos. El ejemplo es un ejercicio en el cual se pide averiguar qué cantidad

de fotocopias se toman en el día. Aquí no se agregan las fotocopias, no las tiene a la mano. Aquí se suman las cantidades, o se agrega la cantidad de fotocopias de la mañana a la cantidad de fotocopias de la tarde. Al agregar aumenta lo que se tiene inicialmente. En la iniciación de las operaciones aritméticas la suma se asocia a la acción de agregar que implica aumentar. El interés en el usar las palabras, de acuerdo con el significado de las mismas, es debido a la importancia que tiene en matemáticas, hablar con precisión y a esto se debe acostumbrar a los niños.

C: Entonces cuando agrego aumento. Al sumar agrego números a otros números. En la operación suma se agregan números. Estos pueden ser diferentes o iguales. En las acciones se agregan cantidades de alimentos, dinero, tiempo, etc.

My: El resultado de sumar y de agregar es que se aumenta la cantidad que se tenía. Se puede haber duplicado un número o triplicado o simplemente aumentado. Los números con que trabajamos en aritmética, representan cantidades de algo y con ellos se hacen operaciones, sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, entre otras.

- JUNTAR

C: Se puede pensar en reunir cosas de la misma o de distinta naturaleza o semejantes en un lugar cercano. Si se tratan de objetos de la misma naturaleza o semejantes, algunas veces al juntar se aumenta. Por ejemplo, se le pide a los niños que junten tapitas armando grupos según los colores de cada tapita y luego preguntarles en que grupo hay más cantidad de tapitas. Los niños por lo general juntan juguetes, frutas etc. En este caso, el juntar significa

que los niños recolectan, consiguen, coleccionan, consiguen. Cada que consiguen algo lo agregan a lo que ya tienen y aumentan.

My: Si se fija bien, las palabras juntar y separar están muy relacionadas. Se separan cosas para agrupar o juntar las parecidas. También es importante recordar que no siempre que se juntan cosas, se aumenta la cantidad que se tiene de ellas.

C: Otro ejemplo sería: Carlos tiene 15 figuritas y su hermano Eduardo 20 figuritas. Deciden armar juntos un álbum ¿Qué cantidad de figuritas pegaran en el álbum?

My: Los niños saben, que pegaran todas las figuritas pero solo si son distintas. Si hay repetidas seguro que pegan menos figuras.

C: Entonces tanto agregar como juntar dan idea de la suma tanto de elementos de la misma naturaleza como de distinta naturaleza.

My: Cuidado ¡No todas las cosas se pueden juntar y no todas se pueden agregar entre sí. No puedes juntar edificios, árboles y en general cosas fijas, muy pesadas o inamovibles. Igualmente no juntas alimentos con trozos de madera o de metal. Esto en aritmética tiene que ver con el hecho que tus sumas o restas cantidades de elementos de la misma naturaleza. O elementos semejantes por algún atributo. Puedes sumar cantidades de naranjas, con cantidades de manzanas y obtienes un total de frutas. La característica común es que son frutas.

- QUITAR

C: Entiendo que es una acción que ocurre cuando desaparezo algo o pierdo algo o pago algo o gasto algo. Ahora también se quitan elementos de la misma naturaleza o semejantes.

My: Por ejemplo, quitar de la mesa las cucharas y dejar solo los tenedores.

C: Otros ejemplos sería cuando los niños pelean por las figuritas al mezclarse las propias con las de otro niño y para resolver esta situación debemos sacar las suyas para devolver las que quedan al amigo. Otra situación de este ejemplo acerca de quitar, sería si uno de ellos le regala una cierta cantidad de figuritas al otro. Pensando se me viene a la mente otro ejemplo: Si se tiene 42 remeras del mismo modelo y necesitas mostrarlos en una vidriera solo 6 de ellas y el resto colocarlas en cuatro estantes de manera que en cada estante tenga la misma cantidad de remeras. Entonces, si quitas o sacas las remeras que exhibiste ¿qué parte del total de remeras quedan en los estantes? También si se piensa en una variedad de un mismo producto como en una panadería. Si se compra por ejemplo  $\frac{1}{4}$  de kg. De pan criollo,  $\frac{3}{4}$  de kg. De pan flauta y un  $\frac{1}{2}$  kg. De pan negro ¿Cuánto de pan se debe quitar para llegar al kg?

My: Si quisiera recuperar algo que quite entonces debo agregar. La acción de quitar se la puede asociar con el término disminuir y con la operación aritmética de restar. O con la suma, que incluye suma o resta. Quitar es la acción y disminuir el efecto de esa acción.

- SEPARAR

C: Entiendo que es cuando se forma grupos de elementos iguales o parecidos que antes estaban mezclados con otros elementos. Por ejemplo cuando separo piezas por colores.

My: La palabra separar es sinónimo de apartar, alejar, aislar, distanciar,...y me parece que es una acción entre objetos físicos, no entre números salvo cuando separa con un punto o una coma escribir cantidades referidas a la medida de algo, por ejemplo cantidad de dinero 5.10 pesos (cinco pesos con diez centavos de peso), separas con un punto el número cinco que corresponde a unidades completas, pesos, del uno, que corresponde a décimos de pesos. Aquí el punto sirve para separar.

C: Puedo decir entonces que separar es poner en un lugar distante uno o varios objetos. En ocasiones se separan cosas de la misma naturaleza en otras no.

My: Por ejemplo se tiene 18 pesos, y se quieren separar en seis montones iguales, se obtienen montones de tres pesos. Otra forma de pensarlo es un sexto de 18 pesos, es tres pesos porque se van separando en seis montones, cada uno tiene tres pesos.

My: Los números que sumas, o restas representan cantidades de la misma naturaleza. No ocurre lo mismo en la multiplicación, ni en la división. Algunos ejemplos pueden aclarar mejor.

C: En un partido con bolitas inicio el juego con 10, al final del partido me quedan 4 ¿Cuántas bolitas he perdido? Si se pierden bolas durante el juego, estoy quitando a la cantidad de bolas que tengo inicialmente, las que voy perdiendo.

My: Piensa, separar y quitar no es lo mismo. Tú puedes separar y volver a juntar y no ha pasado nada. Pero si quitas, porque pierdes, porque pagas, porque gastas, para recuperar lo que quitas tienes que agregar!! Y seguramente en el ejemplo de las bolitas, para obtener la cantidad inicial se agregan otras bolitas, no las que se perdieron en el juego. En este caso recuperas la cantidad de bolitas, pero no las mismas bolitas que tenías. Estas cosas que parecen sutiles, son muy importantes. Los niños diferencian bien cuando pierden a cuando separan por color o por tamaño.

C: Entonces debería cambiar la situación antes planteada..... “en un partido con bolitas, de un total de 10, la mitad de ellas son de color rojo. Para iniciar el juego la condición es que solo se podrán jugar con bolitas que no sean rojas”. Esto implica que para jugar primero debería *Separar es una acción entre objetos físicos y no entre números* separar aquellas bolitas de colores distinto al rojo.

My: Continuando con el primer ejemplo, las que perdió ya no las tiene no puede separarlas.

C: Entiendo entonces que quitar sería en un partido tengo 10 bolitas de las cuales 4 son japonesas y el resto son bolitas comunes. La pregunta sería ¿Cuántas bolitas comunes tengo? Entonces tengo la cantidad total de 10 bolitas le quitaría 4 que son japonesas y las bolitas que quedan serían la cantidad de bolitas comunes que tengo.

My: En los dos casos cuando restas, quitas de una cantidad mayor una menor. En la resta no se separan cantidades. Similarmente cuando sumas, no juntas números o cantidades, agregas cantidades, o agregas números.

C: También se puede pensar que no necesariamente al separar y respectivamente al juntar, se agrega, o se quita. Un montón de granos se

puede separar en varios montones y viceversa varios montones de pueden juntar en un solo montón y no necesariamente se agregan o se quitan granos.

- REPETIR

My: En primera instancia creo que hay que pensar en el significado de la palabra repetir, en situaciones no necesariamente escolares. Cuando planteo pensar sobre la cotidianidad, estoy pensando en que se tenga en cuenta el entorno en que crecen los niños y nuestro propio entorno, no escolar. Esa realidad con que convivimos y es necesario conocer y comprender.

C: Repetir es una acción que implica juntar varias veces la misma cantidad o agregar la misma cantidad una cierta cantidad de veces. Cuando repites aumentas. Por ejemplo Se necesita conocer el recorrido que realiza un vecino que recorre tres veces el mismo camino que mide medio metro.

My: Aquí es importante diferenciar entre recorrido y desplazamiento. Recorrido es la longitud del camino que recorre y desplazamiento es la distancia entre el punto de partida y el punto de llegada. El recorrido puede ser de metro y medio y el desplazamiento de medio metro, por ejemplo. La acción de repetir (en el sentido de agregar varias veces, la misma cantidad), en el inicio de las operaciones aritméticas se asocia con la multiplicación.

C: Entonces repetir es una acción que implica, volver a hacer algo, agregar o quitar repetidas veces, cosas o números, continuando con el ejemplo anterior, para obtener el recorrido que realizó el vecino se tiene que agregar tres veces su desplazamiento que fue de medio metro.

- **DUPLICAR**

C: Entiendo que es repetir dos veces la misma cantidad.

- **TRIPLICAR**

C: Es repetir tres veces la misma cantidad. Por ejemplo cuando una empresa telefónica anuncia promociones “Hoy triplica, con recargas de \$ 100.

- **PARTIR**

C: En este caso si tienes que partir algo, se tiene que anticipar como serán los cortes para que las partes sean iguales.

My: Partir puede ser tajar, segmentar, tasar, trozar, pero también emigrar, para nuestro fin no es emigrar, no siempre se parte en partes iguales ni se reparten las partes, en el sentido de distribuir entre. Al partir algo, se mantiene la relación de que la parte es menor que el todo.

C: Las fracciones son medios, tercios, cuartos....y se obtienen al partir en partes iguales determinadas unidades.

- **REPARTIR**

C: Si se reparte algo, este algo podría “no requerir partirse”, podría ser “cosas sueltas (caramelos, lápices por ejemplo), entonces vas dando de a una cosa. Se le podría presentar la siguiente situación: “Tengo 12 panes y debo guardarlos en cestas. Si necesito que en cada cesta haya igual número de panes ¿Cuántos panes deberé guardar en cada cesta?”. Para poder repartir en cada cesta los panes se van colocando de uno cada pan en cada cesta y así sucesivamente hasta llegar a dar el total de panes.

My: Los panes se reparten en las cestas y así al repartir en partes iguales, se disminuye en el sentido que, cada parte es menor que la cantidad que se reparte. Aquí me parece muy importante diferenciar entre las acciones que se hacen con los objetos o elementos de la cotidianidad y las operaciones aritméticas que se definen entre los números.

Adición o suma; resta o diferencia; multiplicación y división, son operaciones entre cantidades numéricas. Las cosas no se suman, ni se restan, ni se multiplican.

Algunas cosas se dividen en el sentido de que se parten, se reparten, se cortan en partes, no necesariamente iguales. Las cosas se agregan, se juntan, se separan, se quitan, se reparten. También es importante aclarar que una cosa es repartir entre cuatro y otra es, repartir de a cuatro... Piensa por favor en ejemplos donde puedas establecer que realmente son dos cosas diferentes.

C: A ver... Un ejemplo de repartir entre cuatro puede ser tengo 30 caramelos y debo repartir entre cuatro niños, entonces iré dando de a un, o de a dos, tres, cuatro, o cinco, dependiendo si alcanzan, caramelos a cada niño hasta agotar los que se tienen para repartir. Otro sería, para formar un equipo se requieren 6 personas. Cuantos equipos se arman con 30 personas?

*Para que un maestro pueda ayudar a los niños en el estudio de las fracciones, desde la perspectiva constructivista, es imprescindible que maneje y comprenda muy bien la aritmética de los números cardinales*

My: En la situación aunque pregunta lo mismo que en la anterior, me parece que el dividir tiene que ver más con el agrupamiento: se deben reunir 6 personas para constituir un equipo, luego otros 6 para formar otro y así sucesivamente hasta que no quede ninguna persona sin equipo. Este es un

ejemplo de reparto de a 6. Y si bien es una situación que se puede resolver con material concreto usando simplemente agrupamiento. Usando aritmética se resuelve haciendo restas consecutivas. A 30 le quito 6 del primer grupo y sobran 24. A 24 le quito 6 del segundo grupo y sobran 18. A 18 le quito 6 del tercer grupo y sobran 12. A 12 le quito 6 del cuarto grupo y sobran 6 para un quinto grupo. O se resuelve con una división. Las restas consecutivas sirven para iniciar en la división, pero no bastan.

My: Para que un maestro pueda ayudar a los niños en el estudio de las fracciones, desde la perspectiva constructivista, es imprescindible que maneje y comprenda muy bien la aritmética de los números cardinales y que pueda dar cuenta desde su propia cotidianidad no escolar y desde la cotidianidad de los niños de situaciones que se pueden resolver con alguna de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división entre cardinales.

## Capítulo 2

---

*En esta etapa del trabajo se desarrolla una guía de actividades para reflexionar y analizar lo que se pretende trabajar, empleando para ello la manipulación de objetos.*

*Durante el desarrollo de las mismas se relacionó con algunos problemas del Papiro de Rhind, y con temas matemáticos.*

**Centro de Investigación y de Estudios sobre el  
Aprendizaje Escolar  
Propuesta de actividades sobre fracciones enviadas a  
Claudia Roxana Romano Noviembre de 2013**



**“De las fracciones como partes al racional como cociente”**

**Indicaciones:**

- Inicie con su reflexión y trabajo individual y regístrelo por escrito.
- Si en el desarrollo de la actividad participan otras personas entonces una vez trabajen individualmente y escriban deberán comentar cada una al grupo su trabajo, así como escuchar a los demás, argumentar, dar y pedir explicaciones.
- Las tareas y preguntas planteadas son una guía para la reflexión y el análisis que se pretende.

**Actividad No. 1 Partir, comparar, agregar, quitar, repetir y repartir partes iguales.**

**Use como unidad una tira de papel con longitud igual a la de una hoja tamaño carta.**

**Tareas:**

1. Usando cada vez una unidad, obtenga de diferentes formas: medios, tercios, cuartos, quintos, sextos,... Denomine cada parte. Dibuje y denote con números las partes que obtiene en cada caso.
2. Verifique que los medios, tercios, cuartos,... que obtuvo en cada caso son iguales. Explique su procedimiento.
3. Demuestre las igualdades entre las partes, que por construcción y verificación estableció en la tarea anterior. Explique lo que hace.
4. ¿Cuántas partes obtiene en cada partición que hizo? Ilustre con una igualdad.
5. Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$  de la unidad con que trabaja. Dibuje, ordene las partes dadas, explique.
6. Repita, dos veces, tres veces, cuatro veces, diferentes partes, identifique y denomine la parte que obtiene como resultado. Ilustre con un dibujo y con una expresión numérica lo que hace.
7. Reparta entre dos, tres, cuatro, las partes dadas en la tarea 5, identifique y denomine el resultado, ilustre con un gráfico y una expresión numérica lo que hace.

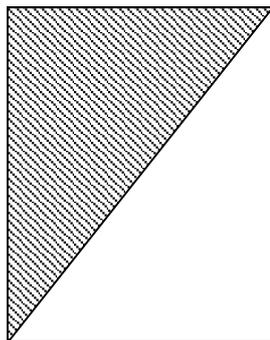
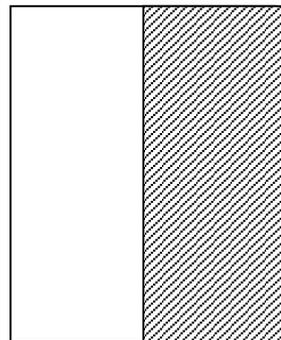
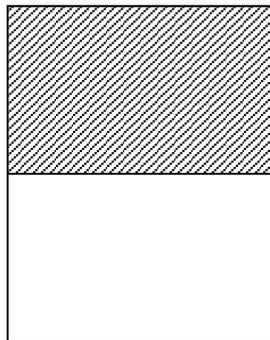
Myriam Ortiz Hurtado  
Noviembre 25 de 2013

Para realizar la actividad es necesario mantener el tamaño de la unidad que en este caso sería de la forma de una hoja tamaño carta (28 cm x 22 cm). Para representar gráficamente lo que se hace con hojas de papel, se usaran rectángulos.

**Tarea 1:**

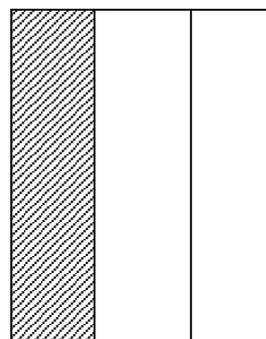
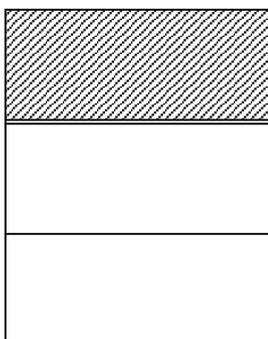
Usando cada vez una unidad, obtén de diferentes formas: medios, tercios, cuartos, quintos, sextos....Denomine cada parte. Dibuja y denota con números las partes que obtiene en cada caso

a)



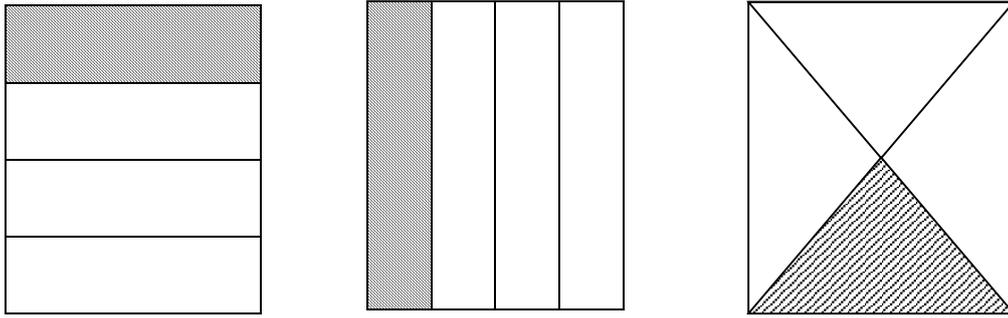
Medios obtenidos de diferente forma. Unidad dividida en medios. La parte sombreada “es un medio”  $1/2$

b)



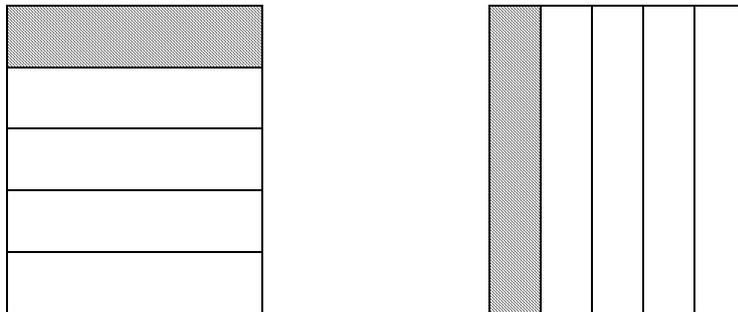
Unidad dividida en tercios.  
La parte sombreada es “un tercio”  $1/3$

c)



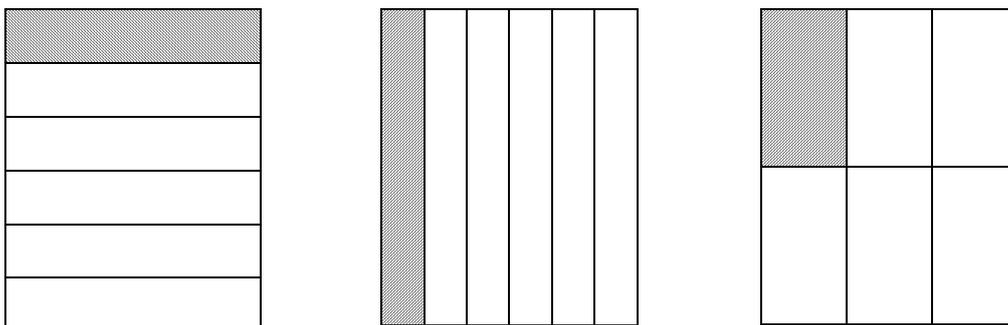
Unidad dividida en cuartos. La parte sombreada es “un cuarto”  $1/4$

d)



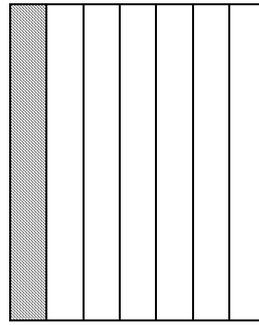
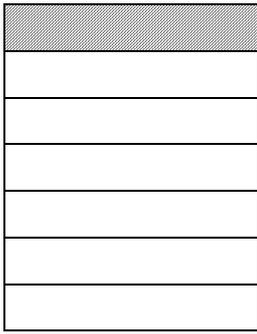
Unidad dividida en quintos. La parte sombreada es “un quinto”  $1/5$

e)



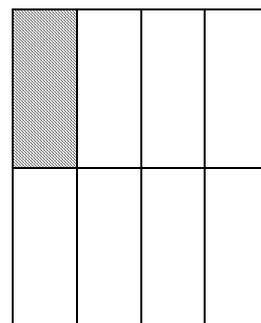
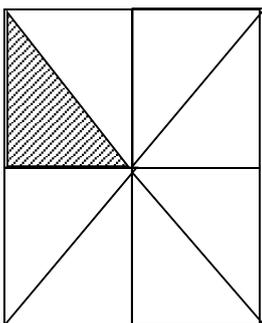
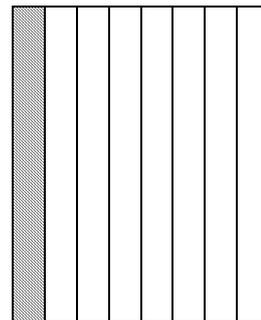
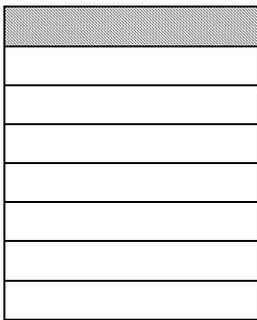
Unidad dividida en sextos. La parte sombreada es “un sexto”  $1/6$

f)



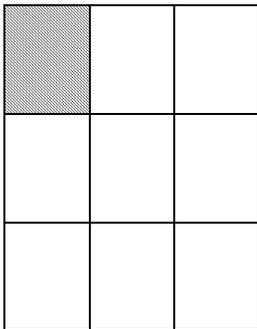
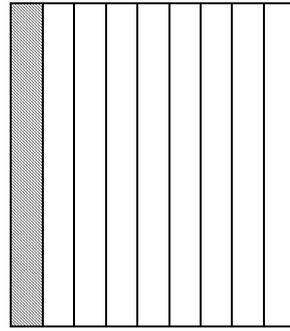
Unidad dividida en séptimos. La parte sombreada es “un séptimo”  $1/7$

g)



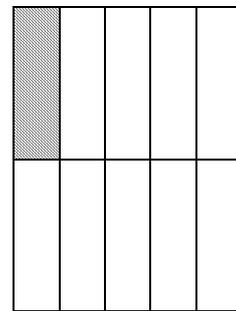
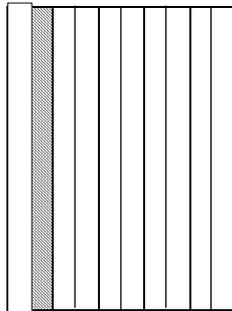
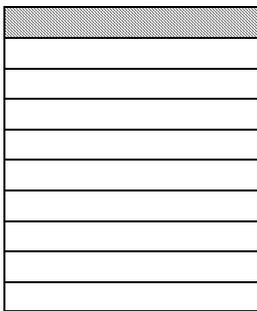
Unidad dividida en octavos. La parte sombreada es “un octavo”  $1/8$

h)



Unidad dividida en novenos. La parte sombreada es “un noveno”  $\frac{1}{9}$

i)



Unidad dividida en decimos. La parte sombreada es “un décimo”  $\frac{1}{10}$

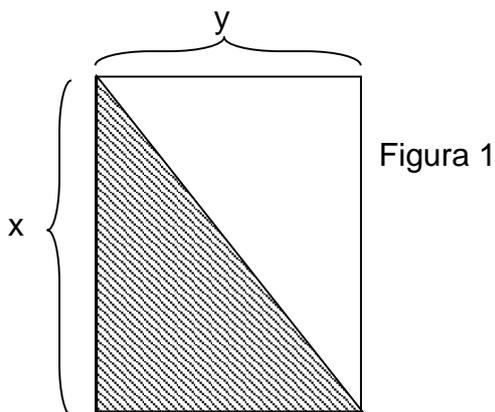
**Tarea 2.**

Verifica que los medios, tercios, cuartos,....que obtuvo en cada caso son iguales. Explica tu procedimiento.

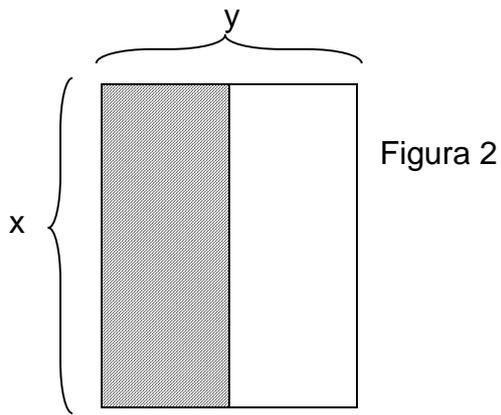
**a) Verificación de las igualdades de los medios triangulares y los medios rectangulares**

“Si se tiene por unidad una hoja y se la divide en mitad por una de sus diagonales (fig. 1) y otra doblando por la mitad el alto de la hoja (Fig 2), son equivalentes en área a los medios de forma triangular obtenidos al cortar por las diagonales.

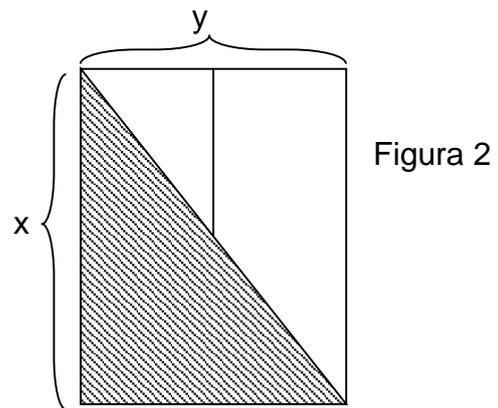
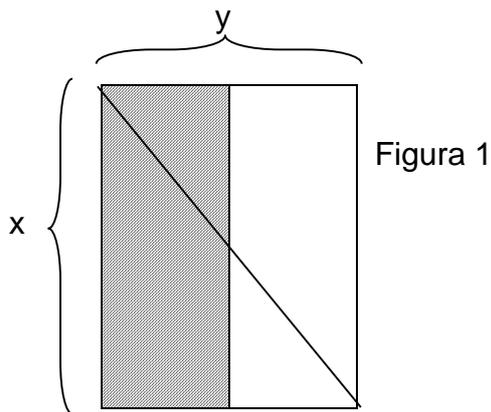
Se puede verificar que los triángulos obtenidos son equivalentes en área a los cuadriláteros, de la manera siguiente: Antes de cortar los medios rectangulares se traza la diagonal del rectángulo, con la cual se construyeron los medios triangulares. Ahora se cortan los medios rectangulares y estos a su vez, se corta por la línea diagonal. Las dos partes obtenidas en cualquiera de los medios rectangulares, forman el medio triangular.



Representación de la unidad dividida en medios. La parte sombreada “es un medio”  $1/2$

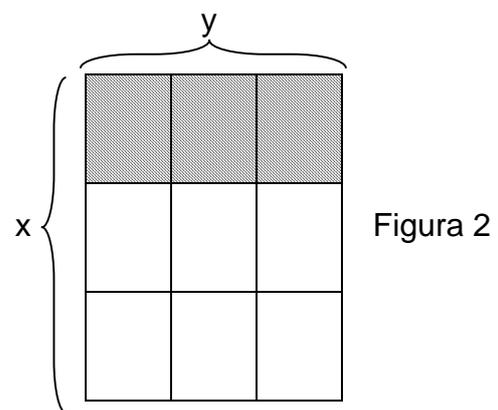
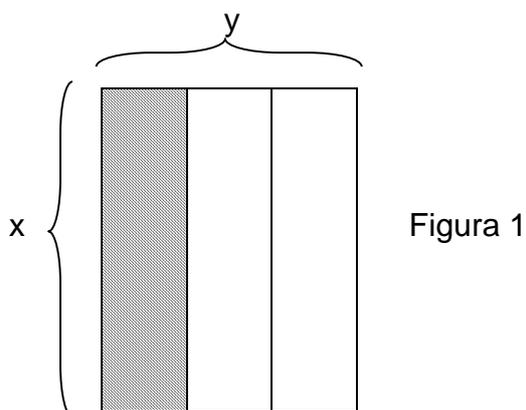


Representación de la unidad dividida en medios. La parte sombreada “es un medio”  $1/2$



**b) Verificación de las igualdades de los tercios**

Al partir una unidad en 3 partes doblando a lo ancho y a lo alto del cuadrilátero, cada una de estas partes es igual a un noveno. Porque una unidad tiene nueve novenos. En el corte de la figura 2, cada parte corresponde a tres novenos que son equivalentes al tercio vertical de la figura 1. Por superposición se puede verificar que se obtienen partes iguales, al partir una unidad en tres partes a lo ancho o, a lo alto.



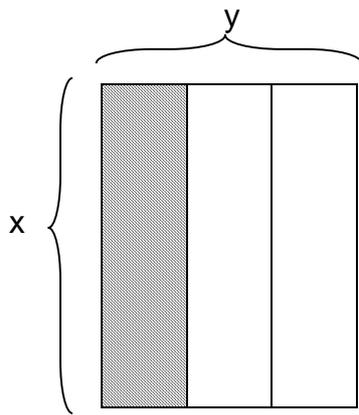


Figura 1

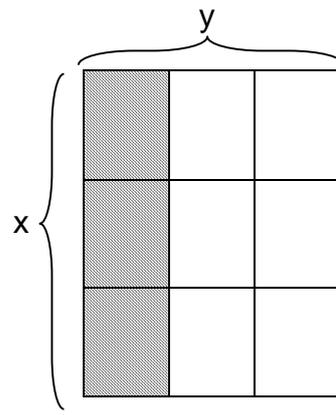


Figura 2

**c) Verificación de las igualdades de los cuartos triangulares y los cuartos rectangulares**

Al partir una unidad entre 4 doblando a lo ancho y a lo alto y por las diagonales del cuadrilátero. Cada una de estas partes es igual a un octavo. Luego se separa dos octavos de la hoja de papel, se obtiene la misma área que la unidad entre 4 doblado a lo ancho y a lo alto.

MY: Si miras despacio aquí no hay dos particiones diferentes. Lo único que cambia posiblemente, es el orden en que hace las particiones. Al trabajar con una hoja de papel, el tamaño de las partes corresponde a la medida del área. la dimensión de la superficie, cuando se hacen particiones aparecen formas distintas con la misma medida. Por lo tanto, se debe centrar la equivalencia de las partes en su tamaño y no en su forma.

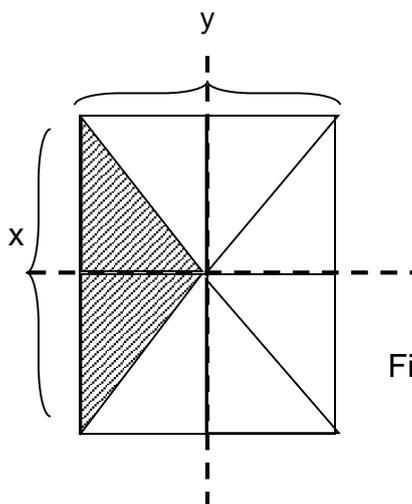


Figura 1

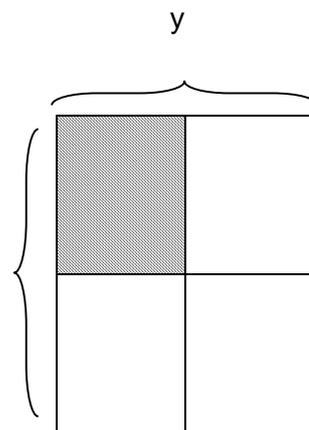


Figura 2

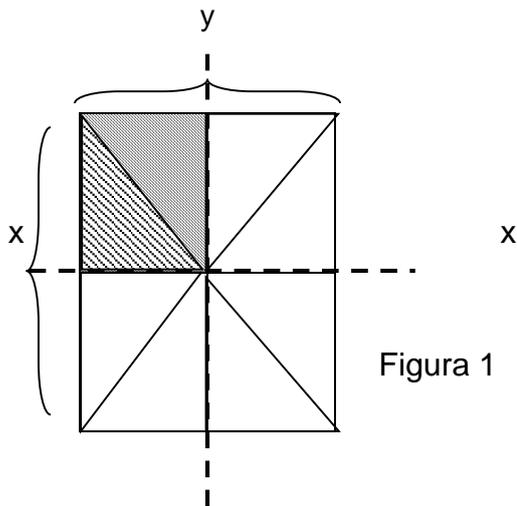


Figura 1

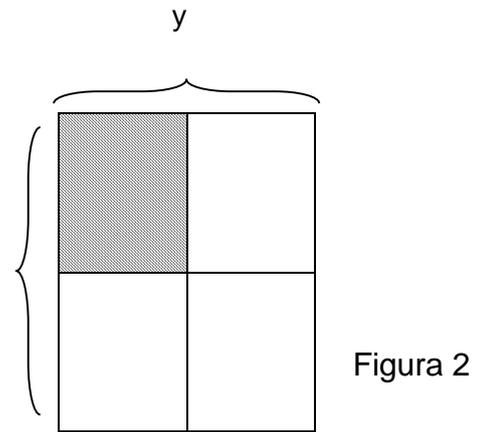


Figura 2

**Tarea 3:**

Demuestra las igualdades entre las partes, que por construcción y verificación estableciste en la tarea anterior. Explica lo que realizaste.

a) **Demostración de las igualdades de los tercios:** tomando como unidad una hoja de papel al partir una, en tres partes iguales a lo largo y otra a lo ancho de la hoja, también en tres partes iguales, se verifica que los tercios de las dos particiones, son iguales.

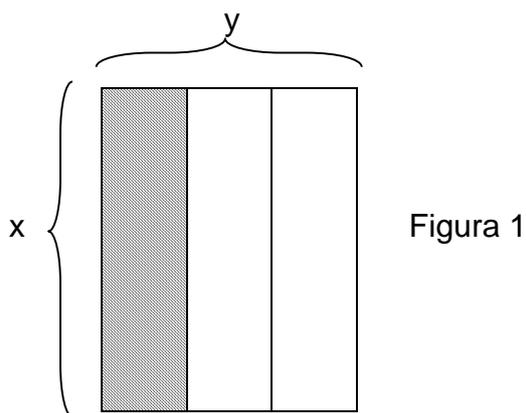


Figura 1

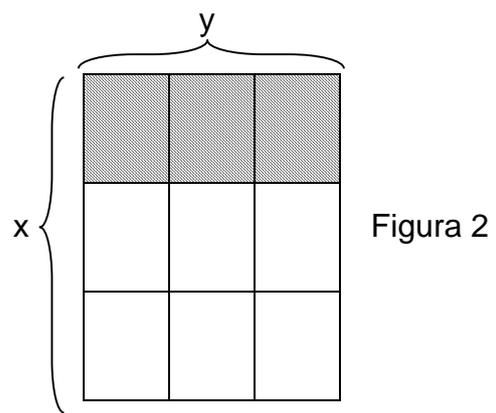


Figura 2

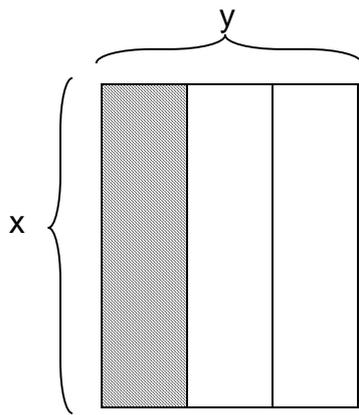


Figura 1

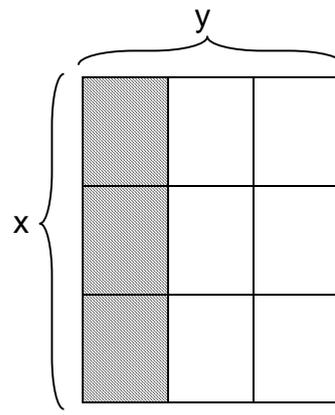


Figura 2

Considerando las variables ancho “y”, alto “x”,  $A_1$  el área del rectángulo en la figura 1,  $A_2$ : el área del rectángulo en la figura 2.

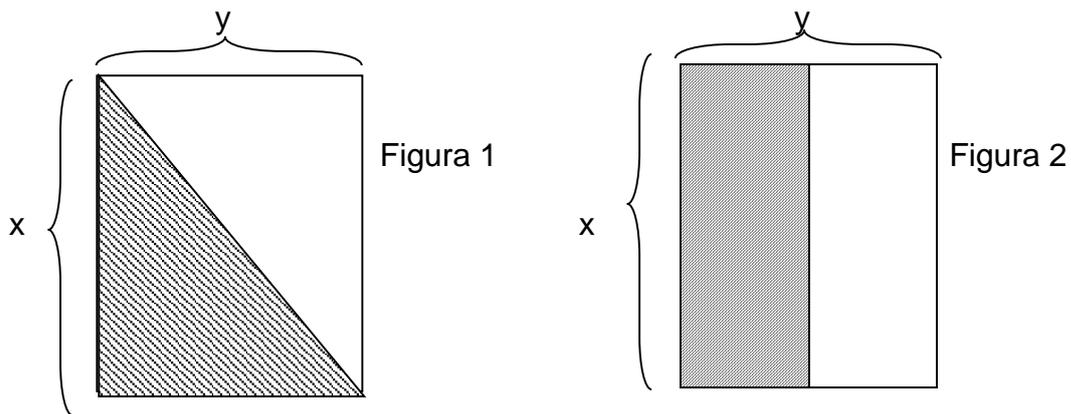
$$\text{Figura 1: } A_1 = x.(y.1/3) = (x.y).1/3 = 1/3.(x.y) = (1/3.x).y = A_2$$

El área de  $A_1$  es altura por base del rectángulo. Luego se asocian los dos primeros factores. Luego se computan y luego se asocian los dos últimos factores. Se obtiene el producto de la altura por la base del rectángulo de la figura 2.

Se demuestra la igualdad del área y por lo tanto la igualdad de los tercios.

**b) *Demostración de las igualdades de los medios triangulares y los medios rectangulares***

Si una hoja de papel se corta o se dobla por una de sus diagonales y otra hoja igual a la anterior, se corta por la mitad en la dirección del lado más largo de la hoja, los rectángulos obtenidos son equivalentes en área a los medios de forma triangular obtenidos al cortar por las diagonales.



Considerando las variables ancho “y”, alto “x”,  $A_1$  el área del triángulo rectángulo en la figura 1,  $A_2$ : el área del rectángulo en la figura 2.

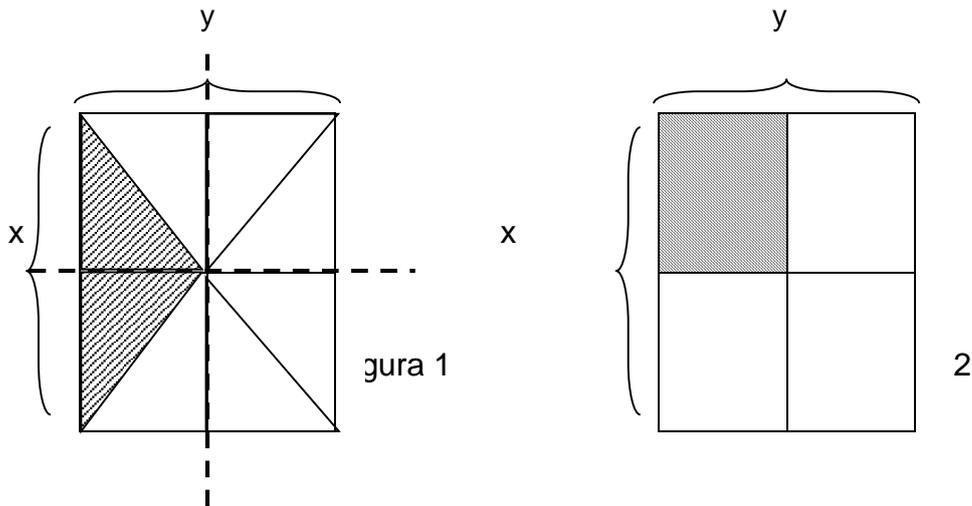
$$\text{Figura 1: } A_1 = 1/2 (y \cdot x) = (1/2y) \cdot x = A_2$$

El área de es la mitad de la altura por la base del triángulo. Luego se asocian los dos primeros factores. Se obtiene el producto de la mitad de la base por la altura de la figura 2.

Se demuestra la igualdad del área y por lo tanto la igualdad de los medios.

### c) ***Demostración de las igualdades de los cuartos triangulares y los cuartos rectangulares***

Si una hoja se parte en cuatro partes iguales doblando por las diagonales y otra hoja se parte también en cuatro doblando por la mitad a lo largo y luego por la mitad a lo ancho, entonces los cuartos obtenidos en los dos casos son iguales, a pesar de tener diferente forma.



Considerando las variables ancho “y”, alto “x”, A<sub>1</sub>: el área del triángulo en la figura 1, A<sub>2</sub>: el área del rectángulo en la figura 2.

**Figura 1:  $A_1 = (x \cdot (y/2))/2 = ((x \cdot y)/2)/2 = x \cdot y/2 \cdot 2 = x \cdot y/4$**

El tamaño del cuarto triangular es igual al producto de la longitud de la base por la longitud de la altura dividido por dos, asociando y multiplicando se tiene  $A_1 = \frac{1}{4} x \cdot y$

**Figura 2:  $\text{área } A_2 = (x/2) \cdot (y/2)$**

El tamaño del cuarto rectangular es igual al producto de la longitud de la altura por la longitud de la base, asociando y multiplicando se tiene  $A_2 = \frac{1}{4} x \cdot y = A_1$

Se demuestra la igualdad del área de los cuartos.

**Tarea 4:**

*¿Cuántas partes obtiene en cada partición que hiciste? Ilustra con una igualdad.*

*Igualdades sumando partes iguales o repitiendo una fracción*

*a) Se obtiene la unidad si se repiten...*

- Al partir en medios se obtiene dos partes, lo que significa que una unidad es igual a dos medios.

$$1 = 2/2 = 1/2 + 1/2 = 2 \text{ veces } 1/2$$

- Al partir en tercios se obtiene tres partes, lo que significa que una unidad es igual a tres tercios.

$$1 = \frac{3}{3} = \frac{1}{3} + 1/3 + 1/3 = 3 \text{ veces } 1/3$$

- Al partir en cuartos se obtiene cuatro partes, lo que significa que una unidad es igual a cuatro cuartos.

$$1 = \frac{4}{4} = \frac{1}{4} + 1/4 + 1/4 + 1/4 = 4 \text{ veces } 1/4$$

- Al partir en quintos se obtiene cinco partes, lo que significa que una unidad es igual a cinco quintos.

$$1 = \frac{5}{5} = \frac{1}{5} + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 = 5 \text{ veces } 1/5$$

- Al partir en sextos se obtiene seis partes, lo que significa que una unidad es igual a seis sextos.

$$1 = \frac{6}{6} = \frac{1}{6} + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 6 \text{ veces } 1/6$$

- Al partir en séptimos se obtiene siete partes, lo que significa que una unidad es igual a siete séptimos.

$$1 = \frac{7}{7} = \frac{1}{7} + 1/7 + 1/7 + 1/7 + 1/7 + 1/7 + 1/7 = 7 \text{ veces } 1/7$$

- Al partir en octavos se obtiene ocho partes, lo que significa que una unidad es igual a ocho octavos.

$$1 = \frac{8}{8} = \frac{1}{8} + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 = 8 \text{ veces } 1/8$$

- Al partir en novenos se obtiene nueve partes, lo que significa que una unidad es igual a nueve noveno.

$$1 = \frac{9}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = 9 \text{ veces } \frac{1}{9}$$

- Al partir en décimos se obtiene diez partes, lo que significa que una unidad es igual a diez décimos.

$$1 = \frac{10}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 10 \text{ veces } \frac{1}{10}$$

- Si generalizamos.. Al partir en  $\frac{1}{n}$  se obtiene n partes, lo que significa que una unidad es igual a  $n \frac{1}{n}$

$$1 = \frac{n}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots = n \text{ veces } \frac{1}{n}$$

b) Se obtiene un medio de la unidad..

- Un medio de la hoja ocupa igual superficie que dos veces **un cuarto**

$$\frac{1}{2} = 2 \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

- Un medio de la unidad ocupa igual superficie y tiene por tanto igual área que cuatro veces un octavo.

$$\frac{1}{2} = 4 \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

- Un medio de la unidad ocupa igual superficie que tres veces un sexto.

$$\frac{1}{2} = 3 \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

- Un medio de la unidad ocupa igual superficie que un sexto aumentado un cuarto aumentado un doceavos.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

c) *Se obtiene un tercio de la unidad*

- Un tercio de la unidad ocupa igual superficie que dos veces un sexto.

$$1/3 = 2(1/6) = 1/6 + 1/6$$

- Un tercio de la unidad ocupa igual superficie que un cuarto agregado un doceavos.

$$1/3 = 1/4 + 1/12$$

- Un tercio de la unidad ocupa igual superficie que si a un sexto se le agrega un octavo y un veinticuatroavo.

$$1/3 = 1/6 + 1/8 + 1/24$$

d) *Se obtiene un cuarto de la unidad*

- Un cuarto de la unidad ocupa igual superficie que dos veces un octavo.

$$1/4 = 2(1/8) = 1/8 + 1/8$$

- Un cuarto de la unidad ocupa igual superficie que dos veces un dieciseisavo aumentado un octavo.

$$1/4 = 2(1/16) + 1/8$$

Al realizar estas actividades se fortalece la idea de fracción como “partes de la unidad” entonces una fracción como  $1/4$  significa, entre otras muchas posibilidades:  $1/8+1/8$  y se desvanece la idea de  $1/4$  como 1:4.

e) *Se obtiene un quinto de la unidad*

- Un quinto de la unidad ocupa igual superficie que dos veces un décimo.

$$1/5 = 2(1/10) = 1/10 + 1/10$$

- Un quinto de la unidad ocupa igual superficie que si a un décimo se le agrega dos veces un veinteavo.

$$1/5 = 1/10 + 1/20 + 1/20 = 1/10 + 2(1/20)$$

f) *Se obtiene un sexto de la unidad*

- Un sexto de la unidad ocupa igual superficie que si a un octavo se le agrega un veinticuatroavo.

$$1/6 = 1/8 + 1/24$$

g) *Se obtiene un séptimo de la unidad*

- Un séptimo de la unidad ocupa igual superficie que dos veces un catorceavo.

$$1/7 = 1/14 + 1/14$$

- Un séptimo de la unidad ocupa igual superficie que si a un catorceavo se le agrega dos veces un veintiochoavo.

$$1/7 = 1/14 + 1/28 + 1/28$$

h) *Se obtiene un octavo de la unidad*

- Un octavo de la unidad ocupa igual superficie que dos veces un dieciseisavo.

$$1/8 = 2(1/16)$$

- Un octavo ocupa igual superficie que si a un dieciseisavo se le agrega dos veces un treintaidosavo.

$$1/8 = 1/16 + 1/32 + 1/32$$

i) *Se obtiene un noveno de la unidad*

- Un noveno de la unidad ocupa igual superficie que dos veces un dieciochoavo.

$$1/9 = 2(1/18)$$

- Un noveno de la unidad ocupa igual superficie que si a un dieciochoavo se le agrega dos veces un treintaseisavo.

$$1/9 = 1/18 + 2(1/36)$$

j) *Se obtiene un décimo de la unidad*

- Un décimo de la unidad ocupa igual superficie dos veces veinteavos.

$$1/10 = 2(1/20)$$

- Un décimo de la unidad ocupa igual superficie que si a un veinteavo se le agrega dos veces un cuarentavo.

$$1/10 = 1/20 + 2(1/40)$$

### **Tarea 5:**

*Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$  de la unidad con que trabajaste. Dibuja, ordena las partes dadas, explica.*

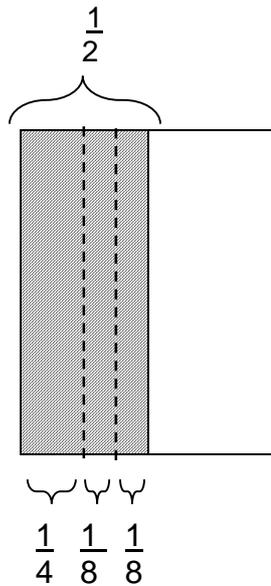
### **Tarea 6:**

*Repite, dos veces, tres, cuatro veces, diferentes partes, identifica y denomina la parte que obtienes como resultado. Ilustra con un dibujo y con una expresión numérica lo que realizas.*

Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$  de la unidad con que trabajaste. Dibuja, ordena las partes dadas, explica.

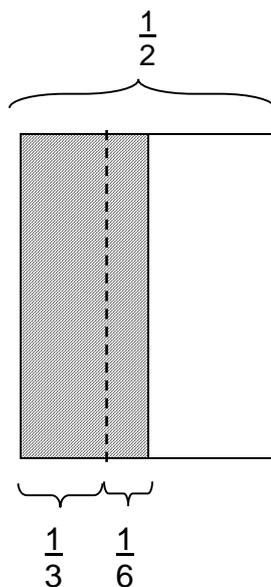
a) **Para obtener la mitad de una unidad**

- Se agrega a un cuarto, dos octavos se obtiene un medio.



$$\frac{1}{2} = 2 \left(\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$$

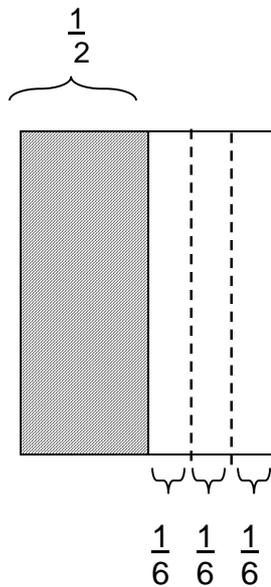
- Se agrega a un tercio, un sexto se obtiene un medio



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

- Si a una unidad se le quita tres sextos se obtiene un medio. O sea que tres sextos son un medio, porque dos medios son la unidad.  $1 - 3 \cdot (1/6) = 1/2$ .

Pero  $1/2 + 1/2 = 1$  Por tanto  $1/2 = 3 \cdot (1/6) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6$

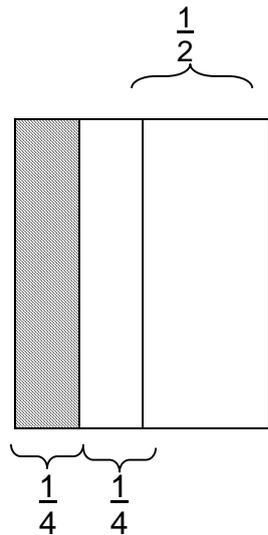


b) *Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $1/2$ ,  $2/3$ ,  $3/4$ ,  $3/5$ ,  $5/6$  de la unidad con que trabajaste. Dibuja, ordena las partes dadas, explica*

**Para obtener un cuarto**

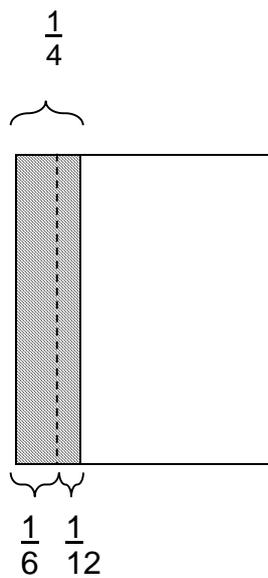
- Si a una unidad se le quita un medio y un cuarto se obtiene un cuarto.

$1 - (1/4 + 1/2) = 1/4$ . Pero  $1/2 = 1/4 + 1/4$ . Por lo tanto  $1/4 = 1 - 3(1/4)$



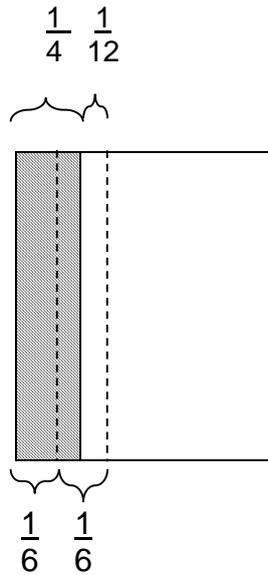
- Si a un doceavo le agrego un sexto se obtiene un cuarto.

Pero  $\frac{1}{6} = 2(\frac{1}{12})$ . Por lo tanto:  $\frac{1}{4} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12}$



- Si repito dos veces una unidad entre 6 y le quito una unidad entre 12, obtengo un cuarto.

Pero  $\frac{1}{6} = 2(\frac{1}{12})$ . Por lo tanto  $\frac{1}{4} = 4(\frac{1}{12}) - \frac{1}{12} = 3(\frac{1}{12}) =$   
 $= \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12}$



*Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$  de la unidad con que trabajaste. Dibuja, ordena las partes dadas, explica*

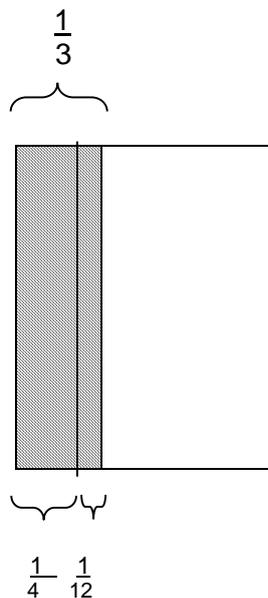
**Para obtener un tercio (una unidad entre 3)**

- Si a un cuarto le agrego un doceavo se obtiene un tercio.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Pero  $\frac{1}{4} = 3(\frac{1}{12})$ .

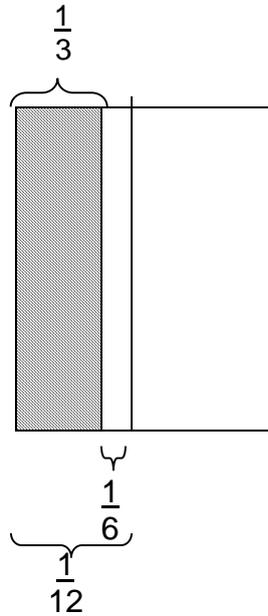
Por lo tanto  $\frac{1}{3} = 3(\frac{1}{12}) + \frac{1}{12} = 4(\frac{1}{12}) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12}$



- Si a una unidad entre 2 (un medio) le quito una unidad entre 6, (un sexto) se obtiene un tercio.

$$1/3 = 1/2 - 1/6 = 3/6 - 1/6 = 2/6$$

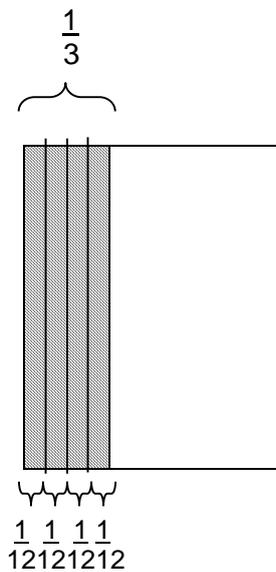
Porque  $1/2 = 3(1/6)$ .



- Si repito cuatro veces un doceavo (una unidad entre 12), obtengo un tercio.

$$1/3 = 4(1/12) = 1/12 + 1/12 + 1/12 + 1/12 = 4/12 = 4/(4 \cdot 3)$$

$$= (4/4) \cdot (1/3) = (1) \cdot (1/3) = 1/3.$$



d) Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $\frac{3}{4}$  de la unidad con que trabajaste. Dibuja, ordena las partes dadas, explica

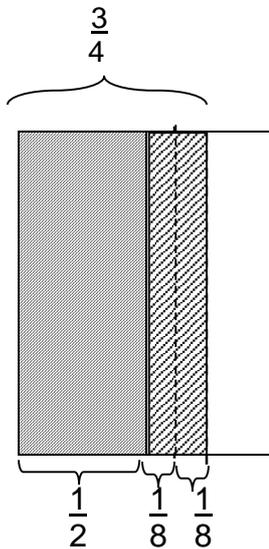
**Para obtener tres cuartos**

- Si a un medio le agrego un sexto y luego un doceavo se obtiene tres cuartos

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + 2\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Pero } \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + 2\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$\text{Por lo tanto } \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + 4\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$$

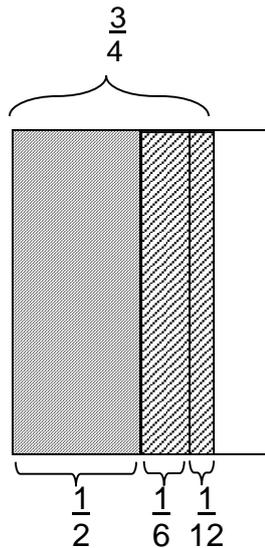


- Si a un medio le agrego un sexto y luego un doceavo obtengo tres cuartos

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Pero } \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\text{Por lo tanto } \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + 2\left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{1}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12}$$



e) Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$  de la unidad con que trabajaste. Dibuja, ordena las partes dadas, explica

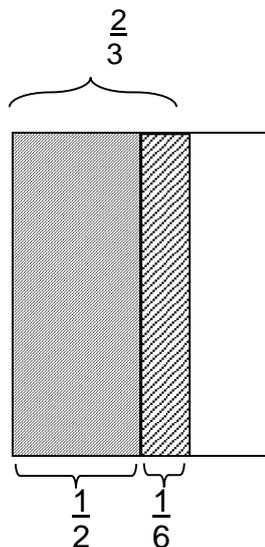
**Para obtener dos tercios**

- Si a un medio le agrego un sexto obtengo dos tercio

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Pero  $\frac{1}{2} = 3(\frac{1}{6})$

Por lo tanto  $\frac{2}{3} = 3(\frac{1}{6}) + \frac{1}{6} = 4(\frac{1}{6}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$

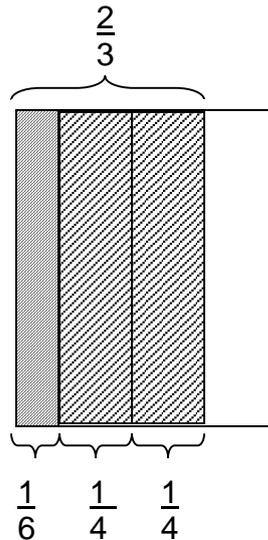


- Si a un sexto le agrego dos veces un cuarto obtengo dos tercio

$$2/3 = 1/6 + 2(1/4) = 1/6 + 1/4 + 1/4 = 2/12 + 3/12 + 3/12 = 8/12 = 2/3$$

$$\text{Pero } 1/4 = 3(1/12)$$

$$\text{Por lo tanto } 2/3 = 1/6 + 6(1/12) = 1/6 + 1/12 + 1/12 + 1/12 + 1/12 + 1/12 + 1/12 = 8/12$$



f) Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $1/2$ ,  $2/3$ ,  $3/4$ ,  $3/5$ ,  $5/6$  de la unidad con que trabajaste. Dibuja, ordena las partes dadas, explica

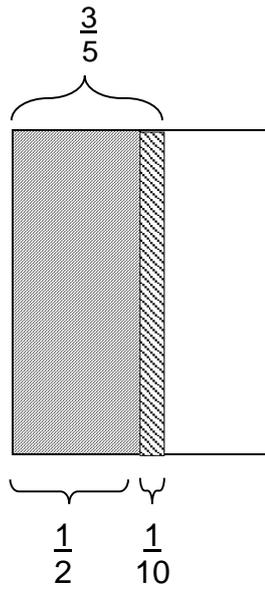
**Para obtener tres quintos**

- Si a un medio le agrego un décimo obtengo tres quintos

$$3/5 = 1/2 + 1/10 = 5/10 + 1/10 = 6/10 = 3/5$$

$$\text{Pero } 1/2 = 2(1/4)$$

$$\text{Por lo tanto } 3/5 = 2(1/4) + 1/10 = 1/4 + 1/4 + 1/10 = 5/20 + 5/20 + 2/20 = 12/20$$

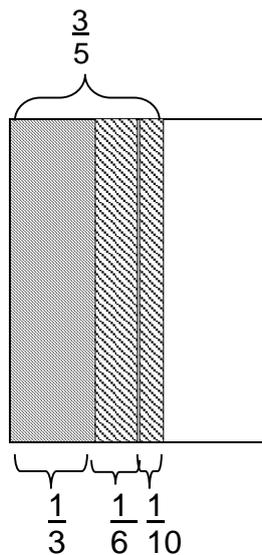


- Si a un tercio le agrego un sexto y finalmente un décimo obtengo tres quintos

$$3/5 = 1/3 + 1/6 + 1/10 = 20/60 + 10/60 + 6/60 = 36/60 = 3/5$$

Pero  $1/3 = 1/2 - 1/6$

Por lo tanto  $3/5 = 1/2 - 1/6 + 1/6 + 1/10 = 30/60 - 10/60 + 10/60 + 6/60 = 36/60$



**g)** Juntando, o quitando partes obtenga de diferentes maneras:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$  de la unidad con que trabajaste. Dibuja, ordena las partes dadas, explica

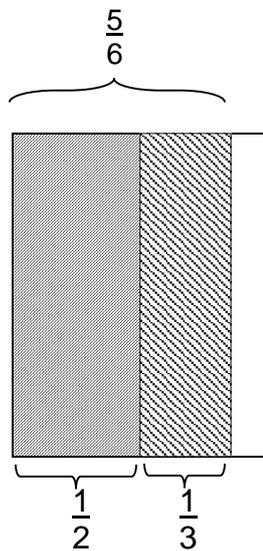
**Para obtener cinco sexto**

- Si a un medio le agrego un tercio obtengo cinco sexto

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Pero } \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\text{Por lo tanto } \frac{5}{6} = 2\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

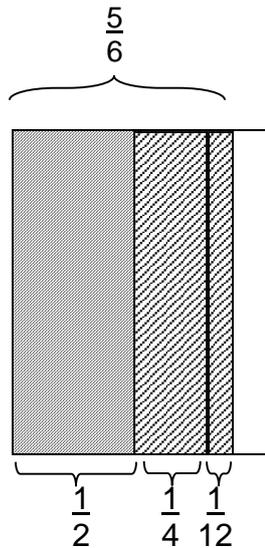


- Si a un medio le agrego un cuarto y luego un doceavo obtengo cinco sextos

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Pero } \frac{1}{2} = 2\left(\frac{1}{4}\right)$$

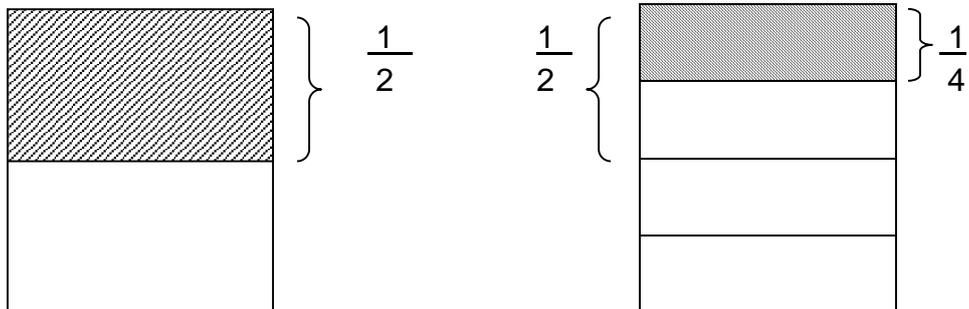
$$\text{Por lo tanto } \frac{5}{6} = 3\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{3}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{10}{12}$$



**Tarea 7:**

*Reparte entre dos, tres, cuatro, las partes dadas en la tarea 5, identifica y denomina el resultado, ilustra con un gráfico y una expresión numérica lo que haces.*

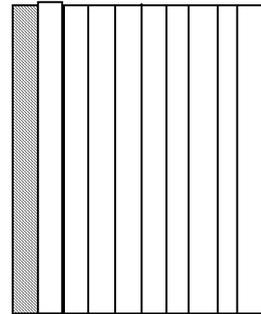
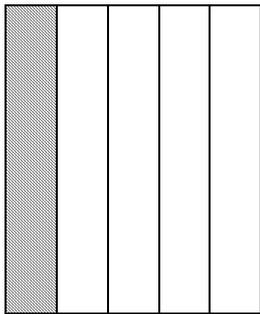
Para repartir algo entre dos, debes partir a ese algo en dos partes iguales. Un medio partido en dos da dos partes que son iguales cada una a un cuarto. Es decir que repartir  $\frac{1}{2}$  entre dos da un cuarto.  $(\frac{1}{2})/2 = \frac{1}{4}$



$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$$

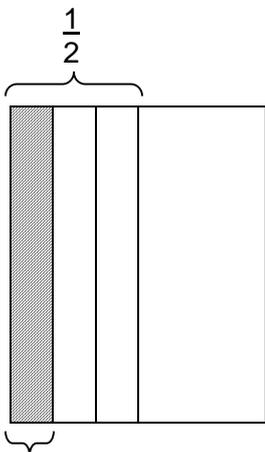
Si partes un medio en cinco partes, obtienes cinco partes. En dos medios que es la unidad pues obtendrás diez partes. Por lo tanto cada parte es un décimo. Y está referido a la unidad. Aquí se obtiene otro resultado interesante. Un quinto de un medio es un décimo. O lo que es lo mismo repartir un medio entre cinco, da como resultado un décimo es decir:  $(1/5) (1/2) = (1/2)/5 = 1/10$ .

$$\frac{1}{5}$$



Un medio partido en tres partes iguales es igual a tres sextos.

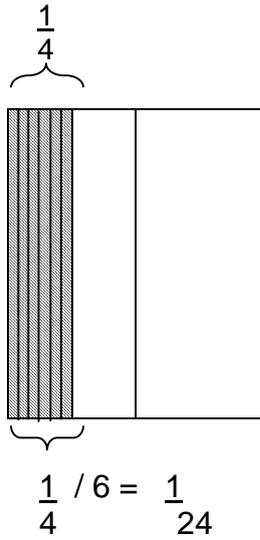
$$(\frac{1}{2}) / 3 = 1 / (2 \cdot 3) = 1/6$$



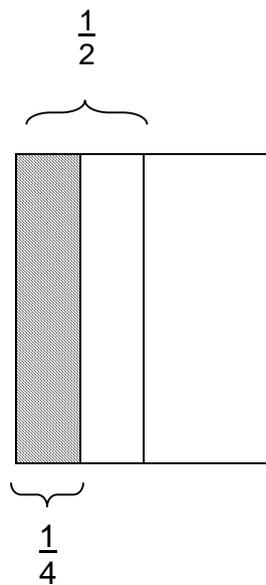
$$1/2 / 3 = 1/6$$

Por ejemplo  $1/4$  entre 6, si a un  $1/4$  lo reparto en 6 partes y si se considera que cuatro veces de  $1/4$  es la unidad de referencia entonces a cada uno le corresponde  $1/24$ .

$$1/4/6 = 1 / (4 \cdot 6) = 1/24$$



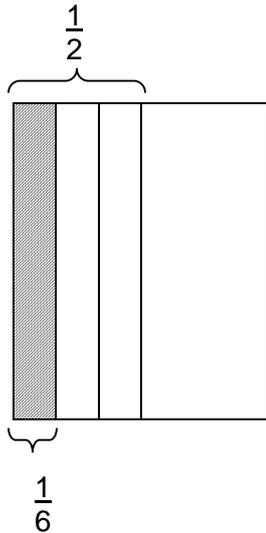
\*) Un medio entre dos



$$\frac{1}{2} / 2 = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

\*\*\*) Un medio entre tres

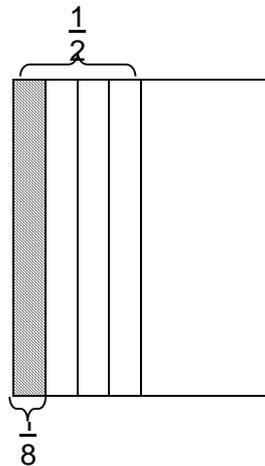
Un medio partido en tres partes iguales da como resultado, partes que son sextos. Un medio repartido entre tres da como resultado  $\frac{1}{6}$ .



$$(1/2) / 3 = 1/6$$

\*\*\*) Un medio entre cuatro

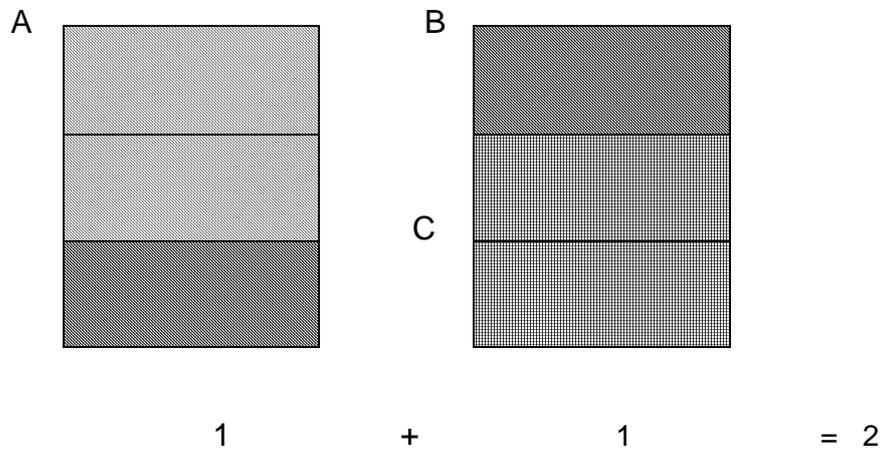
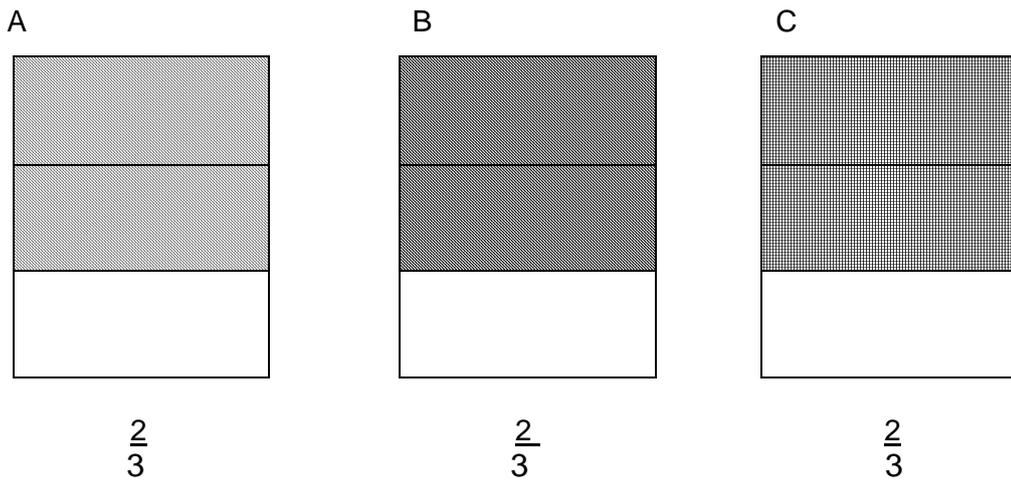
Al partir un medio en cuatro partes iguales, se obtiene cuatro partes. Cada una de esas partes es la cuarta parte de un medio. Cada uno de ellas es igual a un octavo. Porque en la unidad resultan ocho partes iguales. Lo cual es equivalente a partir la unidad en ocho partes iguales o un medio en cuatro partes iguales.



$$(1/2) / 4 = 1/8$$

La acción de repartir se la relaciona con la operación división y la acción de repetir fracciones con la operación sumas sucesivas o multiplicación, de un número natural y una fracción. Por ejemplo: Tres veces dos tercios es:

$$2/3 + 2/3 + 2/3 = 3 * (2/3) = (3*2)/3 = 6/3 = 2$$



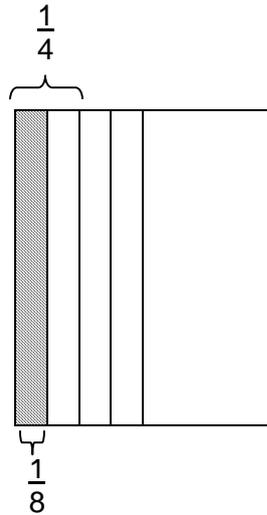
Con  $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ , se podría expresar la suma anterior así:

$$(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) = 6 * (\frac{1}{3}) = \frac{6}{3} = 2$$

**b) Un cuarto entre dos**

\*) Al partir un cuarto en dos partes iguales se obtiene dos partes. Cada parte es la mitad de un cuarto. La mitad de un cuarto es un octavo

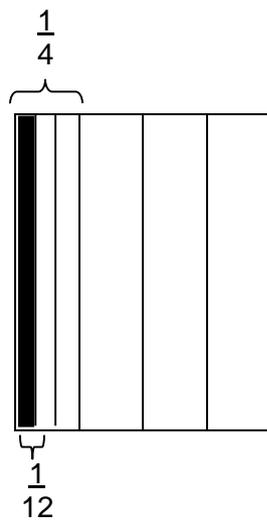
$$(\frac{1}{4}) / 2 = \frac{1}{8}$$



- **Un cuarto entre cuatro**

Al partir un cuarto en tres partes iguales se obtiene un doceavo. Un cuarto partido en tres partes da como resultado un doceavo. Un tercio de un cuarto es igual a un doceavo.

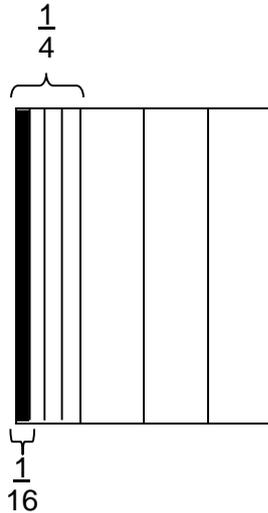
$$\left(\frac{1}{4}\right)/3 = \frac{1}{12}$$



- **Un cuarto entre cuatro**

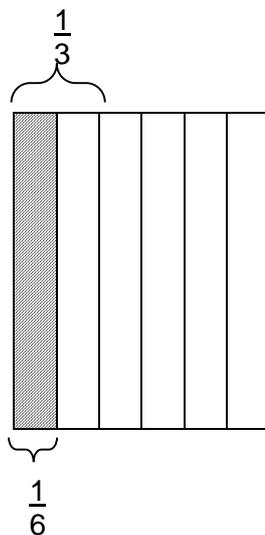
Un cuarto partido en cuatro partes iguales da como resultado partes que son dieciseisavos. Un cuarto de un cuarto es un dieciseisavo.

$$(1/4) / 4 = 1/16$$



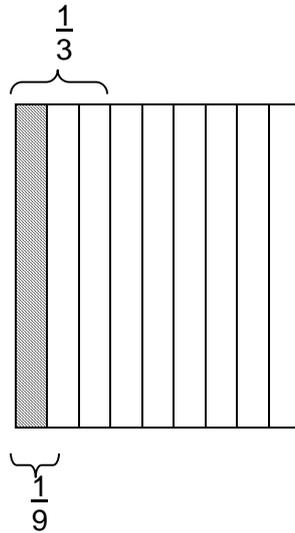
c) **Un tercio entre dos.**

- Al partir una unidad entre tres en dos partes iguales, se obtienen dos partes iguales. Cada una de estas partes es la mitad de un tercio. Cada una de estas partes es igual a un sexto. Un medio de un tercio es un sexto. Revisa y corrige lo que sigue



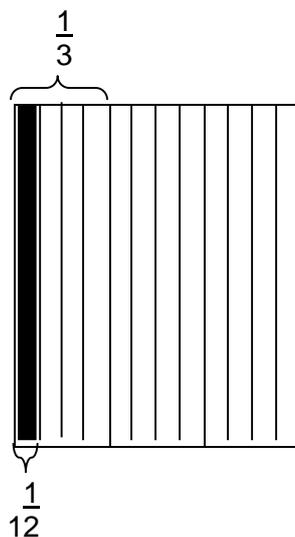
$$(1/3) / 2 = 1/6 \text{ o } 1/3 = 2 (1/6)$$

- Al partir una unidad entre tres en tres partes iguales, se obtiene tres partes iguales. Cada una de estas partes es la tercera parte de un tercio. Cada una de estas partes es igual a un noveno. Un tercio de un tercio es un noveno.



$$\left(\frac{1}{3}\right) / 3 = \frac{1}{9}$$

- Al partir una unidad entre tres en cuatro partes iguales, se obtienen cuatro partes iguales. Cada una de estas partes es la cuarta parte de un tercio. Cada una de estas partes es igual a un doceavo. Un cuarto de un tercio es un doceavo.



$$\left(\frac{1}{3}\right) / 4 = \frac{1}{12}$$

## Algo sobre el trabajo de los egipcios consignado en el Papiro de Rhind

Existen varias acciones en común con los egipcios y este taller:

- Se trabaja con fracciones unitarias.
- Juntando o quitando las fracciones unitarias para obtener las demás.
- Se emplea las fracciones en situaciones prácticas según el contexto

Para comprender mejor este paralelismo se trabajara con algunas observaciones que realiza Newman (1982) de dos problemas del Papiro que a continuación se transcriben:

*“En la división, el proceso de duplicar se debía combinar con el uso de las acciones. Uno de los problemas del papiro es el de la distribución de panes 9 para hombres 10, lo que quiere decir, dividir 9 panes entre 10 hombres. Este problema no se puede resolver sin pan. Recuérdese que los egipcios, con la excepción de los  $\frac{2}{3}$ , habían de reducir todas las fracciones a sumas de fracciones con numerador 1. Otro de los problemas discutidos a menudo en el papiro de Rhind es éste: Panes 100 para hombres 5,  $\frac{1}{7}$  de 3 superior para hombres 2 éstos inferior ¿Cuál es la diferencia de porción? Traducido libremente se lee: “divide 100 panes entre hombres, de tal modo que las porciones que reciban estén en progresión aritmética y que  $\frac{1}{7}$  de la suma de las tres porciones mayores sea igual a la suma de las dos menores. ¿Cuál es la diferencia de las porciones?”(p.102)*

Según la directora del trabajo de grado<sup>1</sup> los dos problemas citados por Newman se pueden resolver razonando de la manera siguiente: podría razonar de esta manera:

---

<sup>1</sup> Myriam Ortiz Hurtado

Para repartir 9 panes entre 10 hombres. Es claro que no se puede dar un pan a cada uno y también es claro que cada uno va a recibir más de la mitad de un pan.

Así que la siguiente posibilidad es ver qué pasa si se parten los panes en tercios. ya dijimos que cada hombre recibirá más de la mitad de un pan, y por tanto más de un tercio de pan.

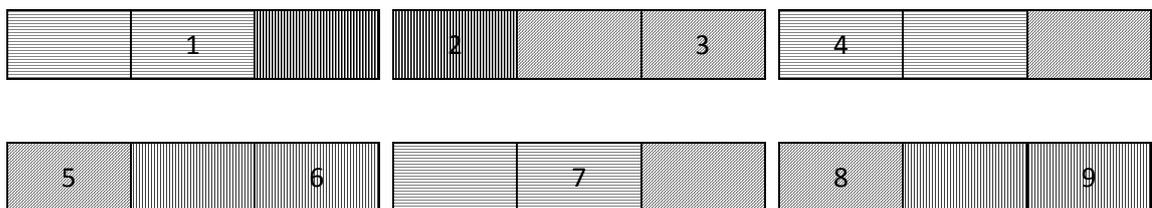
La única opción es que reciba cada uno, dos tercios de pan y algo más. Por qué algo más?, porque partiendo sólo 7 panes, cada hombre puede recibir 2 tercios ( $7 \times 3/3 = 21/3$ ) y sobra un tercio y dos panes.

Repartir dos panes entre diez, pues cada pan se parte en cinco partes. 2 es 1 y 1 y esto es  $5/5$  y  $5/5$

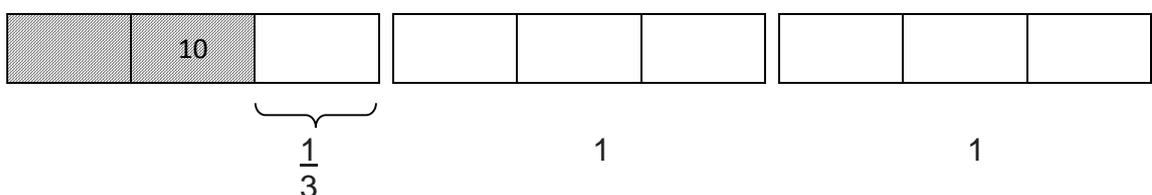
Y repartir un tercio entre diez, pues se parte en diez partes. y se tiene cada hombre recibe un décimo de un tercio, o un treintavo.  $(1/3)/10 = 1/30$

Cada hombre recibe  $2/3$  y  $1/5$  y  $1/30$  de pan. Este problema se resuelve dibujando, partiendo y repartiendo.

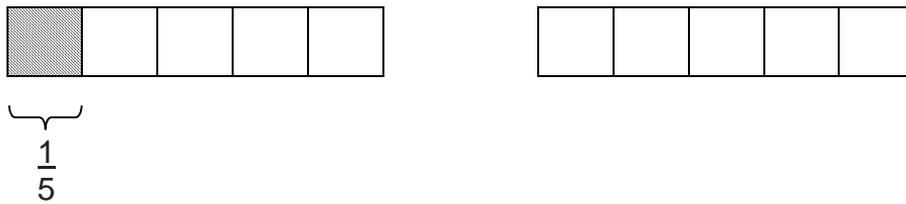
Es decir: Partiendo solo siete panes, cada hombre puede recibir dos tercios



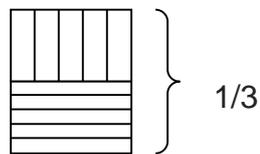
Y sobran dos panes y  $1/3$  de pan



Repartir dos panes entre diez, cada pan se parte en cinco partes.



Y el último tercio en cinco partes en un sentido horizontal y por la mitad en el sentido vertical, así se obtiene décimos de tercio



Y finalmente se obtiene que cada hombre recibe:  $2/3$   $1/5$   $1/30$  de pan

El problema de partir 100 panes en cinco porciones que deben cumplir tres condiciones, es un poco más difícil.

Las condiciones son: 1. Que las porciones estén en progresión aritmética; 2. Que un séptimo de las tres porciones mayores es igual a las dos porciones inferiores. y 3. Al juntar las porciones se tienen 100 panes.

Progresión aritmética.

a,

a y b,

a y b y b;

a y b y b y b

a y b y b y b y b.

las tres porciones mayores

a y b y b;

a y b y b y b

a y b y b y b y b

3a y 9b

Un séptimo de las tres mayores es:  $3a/7$  y  $9b/7$  Tres séptimos de a y nueve séptimos de b, es igual a las dos porciones menores: a; a y b Es decir

2a y b es igual a  $3a/7$  y  $9b/7$  entonces:

$14a/7$  y  $7b/7$  es igual a  $3a/7$  y  $9b/7$ .

De donde

$11a/7$  es igual a  $2b/7$ . se tiene que

b es igual a  $11a/2$ .

b es  $(5 \text{ y } 1/2)a$ . Las porciones ahora son:

a

a y  $(5 \text{ y } 1/2)a$

a y  $(5 \text{ y } 1/2)a$  y  $(5 \text{ y } 1/2)a$

a y  $(5 \text{ y } 1/2)a$  y  $(5 \text{ y } 1/2)a$  y  $(5 \text{ y } 1/2)a$

a y y  $(5 \text{ y } 1/2)a$  y  $(5 \text{ y } 1/2)a$  y  $(5 \text{ y } 1/2)a$  y  $(5 \text{ y } 1/2)a$

5a y 50a y 5a es 100 es decir 60a es 100

a es  $5/3$ ; a es  $1 \text{ y } 2/3$  de donde b es  $(5 \text{ y } 1/2)$  de  $(1 \text{ y } 2/3)$ ; b es  $5 \text{ y } 10/3$  y

$1/2$  y  $2/6$ ; b es  $8 \text{ y } 2/3$  y  $1/2$

Las porciones son:

$1 \text{ y } 2/3$

$1 \text{ y } 2/3$  y  $8 \text{ y } 2/3$  y  $1/2$

$1 \text{ y } 2/3$  y  $8 \text{ y } 2/3$  y  $1/2$  y  $8 \text{ y } 2/3$  y  $1/2$

1 y  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{8}{3}$  y  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{8}{3}$  y  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{8}{3}$  y  $\frac{1}{2}$

1 y  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{8}{3}$  y  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{8}{3}$  y  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{8}{3}$  y  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{8}{3}$  y  $\frac{1}{2}$

5 y 10 y 80 y 5 es 100

#### Actividad 4: Diferencia entre fracciones consecutivas

La propuesta consiste en observar la diferencia entre dos fracciones unitarias consecutivas y describir ese procedimiento.

Para ello se trabajó de la siguiente manera: considerando la hoja como unidad, encima se colocó la hoja de un medio, encima la de un tercio, la de un cuarto....todas las hojas coincidiendo en un extremo (izquierdo).

Y se observó lo siguiente:

- La diferencia entre las fracciones unitarias consecutivas forman la siguiente sucesión:

$$\frac{1}{n(n+1)}$$

La misma es convergente porque si calculamos el valor de los diferentes términos...

$$A1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$A2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4}$$

$$A3 = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5}$$

$$A4 = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30} = \frac{1}{5 \times 6}$$

$$A5 = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42} = \frac{1}{6 \times 7}$$

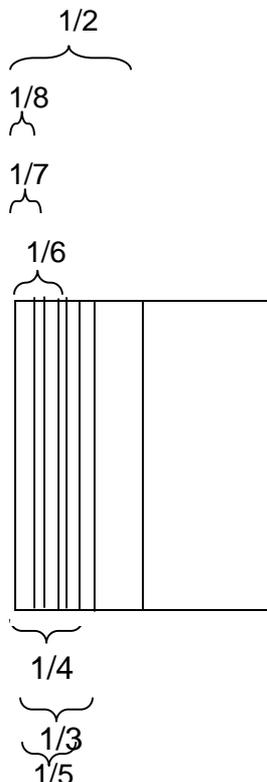
$$A6 = \frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{1}{56} = \frac{1}{7 \times 8} \dots\dots\dots$$

Es decir que  $\{An\} = \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}; \frac{1}{42}; \frac{1}{56} \dots$  solo con estos números se puede confirmar de que la sucesión es convergente porque la diferencia entre las fracciones consecutivas se hace más pequeña hasta llegar a estabilizarse cerca del extremo izquierdo donde se unieron las tiras al superponerse. Dicho extremo representa el número 0. Siendo éste límite finito. Y por mucho que se tomen números altos al parecer no pasarán del 0. De aquí también se podría deducir que...

- La diferencia entre dos fracciones consecutivas es una fracción menor que  $\frac{1}{2}$ . Es decir  $An < \frac{1}{2}$
- A medida que la fracción que se superpone es menor, también menor es la diferencia entre ambas.  $\{An\} = \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}; \frac{1}{42}; \frac{1}{56} \dots$

Estas observaciones nos permite afirmar que en la sucesión  $\frac{1}{n(n+1)}$

La cota superior es  $\frac{1}{2}$ .



## **Bibliografía**

Newman, J. (1983).Sigma, el mundo de las matemáticas ,99, 102.

## Capítulo 3

---

*En esta parte del documento se hacen descripciones, comentarios y algunas reflexiones acerca de lo que fue el trabajo de desarrollo de las actividades propuestas por la asesora.*

Ante la propuesta de trabajo con fracciones desde una mirada constructivista la primera idea que se pensó para responderla, fue recurrir a lo que estaba escrito acerca de la enseñanza aprendizaje de las fracciones. Entonces se realiza consultas bibliográficas y por internet y se extrajo aportes de las consideraciones de algunos autores que han analizado el problema de las fracciones en la enseñanza. Como resultado de esta tarea se le envió a la asesora un documento que ella considero que era una buena revisión bibliográfica acerca del problema de la enseñanza de las fracciones, pero que no daba respuesta a lo que ella planteo como punto de partida del trabajo que iríamos a realizar.

### **Actividad 1**

Acerca de esta actividad que comprendía las tareas enunciadas en el pie de página, se tienen lo siguiente<sup>2</sup>:

- *Dudas que surgieron*

Cuando la asesora sugirió pensar en el concepto de fracción pasaban por la mente muchos cuestionamientos por ejemplo ¿para qué definir fracción si es algo tan obvio? ¿Pero si es algo tan obvio por qué mi asesora solicita tal definición? ¿El concepto de fracción que aprendí en la secundaria estará actualizado? ¿Fracciones o números fraccionarios? ¿Sera la misma definición que se les brinda a los alumnos? ¿La definición de fracción que definiría sería válida en esta corriente constructivista?

---

<sup>2</sup> Actividad 1: ¿cuál es su idea de fracción?

▪ Descripción del desarrollo de la actividad

Al leer esta tarea, y con todos estos cuestionamientos, tarde un tiempo en responder cuál es era la idea de fracción, después de un buceo bibliográfico, pude descubrir que el significado de la fracción es utilizado en contextos y situaciones diversas, y parece que no tienen nada en común. En un primer momento se refirió a la fracción como *“el cociente  $a/b$  de números naturales donde el número  $a$  recibe el nombre de numerador y  $b$  se denomina denominador de la fracción. Por ejemplo  $3/5$ , el denominador  $5$  indica que se está empleando quintos, es decir cinco partes de la unidad y el  $3$  indica cuántos de estos objetos se está considerando. Este vínculo entre el número de partes ( $a$ ) y el total de ellas ( $b$ ) se plantea a partir de: si  $a < b$  entonces solo se parte la unidad, si  $a = b$  se habla de la misma cantidad (fracciones equivalentes), si  $a > b$  se parte mas de una unidad”*. Evidentemente no se pudo escribir claramente que estaba pensando. Esto se concluyó al recibir las correcciones de mi asesora, ella encontró deficiencias como las siguientes:

- La definición se la asocia a la operación aritmética “cociente”.
- El contexto de la definición es muy amplia, y no representa el primer contacto intuitivo de los niños con las fracciones.
- Si la única condición que define fracción equivalente es que “ $a$ ” sea igual a “ $b$ ”, ¿entonces son equivalentes las fracciones tres cuartos, quince veinteavos, setenta y cinco centésimos? ¿Qué valores tienen  $a$  y  $b$  en cada una de estas fracciones? ¿son iguales  $a$  y  $b$ ?

Luego de las correcciones, se reelaboro el concepto de fracción (que es la que figura en el dialogo de la actividad 1). Hubo términos que evidenciaban

que no se estaba hablando de lo mismo. Por ejemplo el uso de partir y repartir. Pero parecía que esta definición se iría construyendo a lo largo del desarrollo de las actividades, como resultado de un proceso de aprendizaje a partir de preguntas y correcciones como así también de un replanteo continuo de los saberes previos como docente.

- Observación

Estaba acostumbrada a transcribir pensamientos de otros autores ( uso de bibliografía)

### **Actividad 2<sup>3</sup>**

- Dificultades en el desarrollo de las mismas

Al momento de realizar por primera vez las tareas. Hubo un poco de confusión porque pocas veces se replantea estos conceptos. Tal vez también no le dediqué el tiempo suficiente a “mirar con atención. Los enunciados de las tareas” pareció que eran algo obvio y al final no fue así. En esas condiciones

---

<sup>3</sup> : Actividad 2: Veamos...ahora la estrategia es pensar en primera instancia en la cotidianidad y el significado que en tu cotidianidad tienen las expresiones con que trabajaremos, siempre dando ejemplos. Luego pensar en el significado aritmético que las mismas palabras tienen y de nuevo dar ejemplos ilustrar con dibujos. Vamos a trabajar en principio sobre las palabras AGREGAR, JUNTAR, QUITAR, SEPARAR, REPETIR, DUPLICAR, TRIPLICAR, PARTIR, REPARTIR, PARTIR EN PARTES IGUALES, REPARTIR EN PARTES IGUALES. Escribe lo que haces, trata de contarme lo que piensas.

Tarea que pueden orientar hacia la reflexión:

1. Escriba frases o describa situaciones cotidianas en las que use las palabras anteriores.( Deseablemente dos frases para cada palabra o expresión)
2. ¿Qué quiere decir con cada frase? ¿Cómo espera que la interprete otra persona?
3. Algunas de las palabras o expresiones tienen uso y significado en aritmética. ¿Cuáles son esas palabras y qué significado aritmético tienen? Ilustre con ejemplos

hice una lectura general de las mismas pero no se supo hasta tener la primera devolución con correcciones, que se debía tener en cuenta los conceptos antes trabajados. Esto no lo aclaraba en el enunciado de las actividades.

“**Otros ruidos**”, tenía confusión en lo que respecta a cada acción y de qué manera estas se vinculan entre sí y con lo que yo creía que estábamos haciendo.

- Descripción del desarrollo de la actividad

Resalté las observaciones que realizó la asesora en la actividad de pensar el significado de las palabras: separar, quitar, aumentar, repetir y de las actividades que propuso. En cada hoja fui extrayendo lo más significativo de sus comentarios o al menos lo que hizo “ruido” y debajo de ellos algunas preguntas que aparecían.

- Aprendizajes logrados

Quedo en claro que separar, quitar, aumentar, repetir, repartir, todas son acciones y que no representan las operaciones aritméticas sino que se las asocian a ellas en la iniciación de las mismas. **Esta fue una primera iluminación** luego de varias correcciones de mi asesora. El gran descubrimiento en esta etapa fue reconocer la importancia de trabajar en forma exhaustiva en la formación de maestros con las nociones de aritmética a partir del contexto de los alumnos.

▪ Comentarios

Para trabajar desde esta perspectiva constructivista se tenía que comprender muy bien las nociones de aritmética entre cardinales y esa fue la mayor falencia que se evidenció a lo largo del trabajo.

Dificultades frente al uso y significado de los términos que se relacionan con las operaciones aritméticas.

AGREGAR

- Pensar que algunos temas como las fracciones supuestamente se conocen y comprenden.
- Suponer que agregar es lo mismo que aumentar, juntar y sumar.
- Creer que siempre se agrega algo de la misma naturaleza y no pensar que hay cantidad de elementos que no se pueden agregar a otros.
- Pensar que estas acciones solo son un juego de palabras y no pensarlas como acciones cotidianas que realizan los niños y jóvenes.
- No saber contextualizar los ejemplos que se les proporcionan a los niños y jóvenes.

JUNTAR

- Pensar que todas las acciones se las emplean por separado. Lo ideal sería poder relacionarlas como por ejemplo: cuando “separo cosas u objetos para juntar aquellas que son parecidas”.
- Al presentar las acciones en situaciones cotidianas de niños y jóvenes se está acostumbrado a resolver en forma inmediata empleando

algoritmos en las distintas operaciones, pero muchas veces se ignora como razona el alumno y cuáles son sus dificultades en la comprensión.

### QUITAR

- Pensar que no siempre se puede juntar o agregar cosas.
- La imposibilidad de relacionar esta acción cuando desaparece algo por ejemplo,
- No poder reconocer el vínculo entre las acciones y las operaciones aritméticas.

### Comentarios

- El significado y uso de “separar” no resulto complejo.
- Resulta extraño no hablar aún de operaciones matemáticas.
- El uso del significado de las primeras palabras referidas a acciones facilitó definir otras, por ejemplo “repetir, duplicar, triplicar”.

### PARTIR Y REPARTIR

- La mayor dificultad en esta actividad estaba al diferenciar las acciones de partir y repartir, también en repartir “de” y repartir “entre”. Aunque la asesora aclaro las diferencias, solo se pudo comprenderlos cuando se trabajó con material concreto. El uso adecuado de estos términos fue muy importante porque permitió re-elaborar el concepto de fracción.

### Comentarios

Comprender que cuando se reparte equitativamente no puede haber partes de la unidad sin repartir. Por ejemplo: al presentársele a los estudiantes esta situación: “repartir una tarta de manzana entre tres comensales”. El alumno no puede solamente cortar tres porciones y descartar el resto de la tarta.

### Aprendizajes logrados

Poder conocer y comprender distintas situaciones de la vida cotidiana a través de nuestras propias acciones sobre los objetos.

## **Actividad 3**

### **Tarea 1**

#### Descripción del desarrollo de la actividad

Para realizar la primera tarea se recortó la hoja en una cierta cantidad de tiras de igual largo y ancho. Y a través de la técnica del plegado se fue obteniendo las mismas partes pero plegando de diferentes formas. De material de apoyo se realizó en una hoja cuadriculada las mismas tirillas con todas las formas que se obtuvo plegando cada vez en mayor número de partes. El cortar las partes plegadas permitió manipularlas mejor y el dibujar todas en una misma hoja permitió tener una visión general de la actividad y de esta manera pude compararlas entre sí.

### Dificultades en el desarrollo de las mismas

El realizar el trabajo en la pc sin poder manipularlas daba la sensación de mucha inseguridad porque lo que veía en la pantalla tal vez no era lo mismo con lo que trabajaba.

### Aprendizajes logrados

Cuando trabajaba en la pc, pensaba que sentiría un niño/a cuando se desarrolla esta experiencia con tutoriales de matemática el tema de fracciones por ejemplo sin comprender el concepto de las mismas y de sus operaciones aritméticas. Y a pesar que se tenía confusión todavía con las nociones de aritméticas entre cardinales, se pudo llegar a la conclusión que era más útil la manipulación y la visión ampliada de la hoja cuadriculada para poder afianzar los conceptos sobre las distintas acciones a las que se asocia las operaciones aritméticas. Además, la separación o doblez de material concreto en este caso las tiras de papel, resulta fácil y útil puesto que provocan en ellos formas de razonamientos consistentes como el tamaño relativo de las fracciones respecto a la unidad de referencia y entre las tiras cortadas. Además se trabaja atendiendo espacialmente a la dimensión longitud, puesto que al hacer las particiones no aparecen formas distintas con la misma medida, esto facilita poder comparar las partes.

### Recomendaciones didácticas dirigidas a profesores

Con estas afirmaciones se pretende decir que, si bien el conocimiento de nuestros alumnos se construye en un cierto contexto mediante el análisis y la aplicación de sus ideas, en el trabajo inicial con fracciones no debería ser con

el computador sino que los alumnos deberían iniciarse realizando las tareas propuestas con material manipulativo y a partir de ellas poder trasladarlas expresándolas a través de palabras, símbolos y gráficos. Cuando los alumnos hayan comprendido el significado de las fracciones y sus operaciones, a nivel concreto y numérico, podrían recién emplear el computador como herramienta que le permita extender y ampliar sus procesos cognitivos.

### Reflexión

Por lo general se está acostumbrado a trabajar el plegado de papel en forma horizontal y así también se lo refleja en los gráficos. Buscar diferentes formas de obtener en el papel las mismas fracciones, resultado atractivo y un buen ejercicio para la paciencia y la precisión. En esta tarea se obtienen partes que tienen diferente forma y el mismo tamaño.

### Comentarios

Al plegar las hojas, también se observó que las líneas de plegados no coinciden necesariamente con la cantidad de partes que se obtienen al plegar. Por otro lado, si bien se cortaron las hojas hasta doce partes esto no significa que sea el máximo número de partes que se pudiera cortar, es decir la hoja la podía cortar en casi cualquier números de partes. Además de las representaciones gráficas aparecen aquí las expresiones verbales y numéricas para denominar, fracciones.

## **Tarea 2**

### *Aprendizajes logrados*

Una observación interesante es que con las tiras de papel se ve claramente que para tener la unidad se requieren de tantas partes, como la cantidad en que se ha partido ésta. Dichas “*partes de la unidad*” serían las fracciones unitarias.

### *Descripción del desarrollo de la actividad*

Para verificar la igualdad de tamaño entre, por ejemplo medios obtenidos de diferente forma, se tomó la hoja en la que se obtuvo los medios en forma triangular y lo plegó a lo alto; con esta acción se formaron un cuadrilátero y un triángulo. Luego se consideró como referencia solo un medio de la forma triangular y se recortó por la diagonal y también por lo alto. Juntando las figuras pintadas por superposición se logró verificar la equivalencia entre las figuras obtenidas.

### *Aprendizajes logrados*

La igualdad de las áreas (área: medida de la superficie se expresa numéricamente. Superficie: porción bidimensional que ocupa un lugar) no obliga, a la igualdad en la forma. Pero si las áreas son iguales entonces las piezas son iguales en tamaño. Algunas veces las piezas no tienen la misma forma pero son iguales porque tienen el mismo tamaño es decir que tienen igual área, ocupan la misma porción del espacio. Aquí también se vio reflejada la importancia de trabajar con material concreto para lograr la verificación a través de la rotación , o traslación de figuras.

### Observación

A través de la manipulación de las tiras de papel resulto fácil poder encontrar las partes que ocupan igual superficie.

### **Tarea 3:**

#### Descripción del desarrollo de la actividad

Para la igualdad entre las partes se trabajó recortando, juntando, comparando partes.

#### Comentarios de la asesora

*Recortar, juntar, comparar....Estos son mecanismos de verificación. Una demostración, de equivalencia entre figuras geométricas, se basa en propiedades geométricas de las mismas figuras. Y se hace apoyada en un dibujo, pero es independiente del mismo. Lo que se demuestra se cumple para cualquier figura del mismo tipo. La demostración, es una secuencia de argumentos geoméricamente válidos.*

#### Aprendizajes logrados

- Lograr generar conocimiento a partir de la manipulación de objetos.
- Para sumar o restar no se necesitó algoritmos, se usaron algunas acciones. El algoritmo surge como un mecanismo para agilizar los cálculos, pero solo cuando ya se sabe calcular.
- Se realizó sumas y restas con fracciones unitarias y se trabajó de manera similar a los egipcios: “los egipcios sabían operar con fracciones de la unidad...cada fracción debía expresarse como una

serie de fracciones con denominador 1. Por ejemplo la fracción  $\frac{3}{4}$  se escribía como  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$  (obsérvese que no utilizaban el signo de la adición)” (Newman, 1985, p.99)

#### Dificultades en el desarrollo de la misma

Las consignas eran poco claras, si se las desea realizar sin el acompañamiento de la asesora.

#### Observaciones

- La aparición de la expresión numérica acompañando a los gráficos.
- Se habla de fracción pero no de numerador y denominador.

### **Tarea 4**

#### Descripción del desarrollo de la actividad

Para realizarlas se juntó, comparó, quitó y repitió partes del mismo tamaño y de diferentes tamaños para obtener otras partes.

#### Aprendizajes logrados

Cuando se repite varias veces la misma cantidad, esta acción, se asocia con la operación aritmética de la multiplicación y cuando se agrega varias veces la misma cantidad o diferentes cantidades, esta acción se asocia con la operación aritmética de la suma y así sucesivamente.

### Comentarios de la asesora

*La expresión “así sucesivamente”, se usa para una secuencia de números o hechos, que tiene una pauta fija de generación de cada término, consecutivo*

*Aquí hay que hacer una reflexión importante acerca de la “unicidad” de la unidad. Un medio de una hoja de papel y un medio de una cuerda de hilo del largo de la hoja de papel, no son partes de una misma unidad, por lo tanto no son partes comparables entre sí.*

*Juanito el niño precoz de la clase, cuando la maestra le pregunta si un medio más un medio forman la unidad, le contesta ¡depende maestra! Porque medio pollo y media vaca no son ni pollo, ni una vaca!*

*La noción de unicidad de la unidad no es fácil y corresponderlo es algo importante a lograr con los niños y los jóvenes antes de introducir el trabajo numérico con los números racionales en la secundaria. Para esta noción es necesario partir en medios, tercios, cuartos, quintos etc., usando muchas y diferentes unidades concretas y hacer muchas actividades de comparar, juntar, quitar y repetir y repartir partes del mismo tamaño y de diferentes tamaños, para obtener otras partes. Este trabajo es necesario, pero no suficiente, para lograr esta noción. Deberían ser el objetivo de las actividades y tareas que se propongan en primaria y primeros años de la secundaria.*

### **Tarea 5 y 6**

#### Aprendizajes logrados

- El trabajo con material concreto facilitó el poder encontrar diferentes maneras de obtener partes iguales de diferentes unidades concretas,

de expresarlas como fracción verbalmente y con números y de representarlas con gráficos.

- Para realizar estas actividades es necesario trabajar mucho con material concreto y hacer el proceso de verbalizar, dibujar, expresar numéricamente.

## Tarea 7

### Aprendizajes logrados

Cuando se debe partir  $\frac{1}{2}$  en 2, en 4, en 8, partes y así sucesivamente es decir cuando la cantidad que se parte es de dos elevada a la enésima potencia, la parte que se obtiene es la mitad de la mitad y este proceso se repite sucesivamente. En estos casos resulta fácil obtener las partes en que se divide la unidad, juntando y repitiendo la parte resultante hasta obtener la unidad, manipulando las partes de la hoja. Como resultado de esta actividad se mencionan algunas características:

\*) Cuanto más elevado es el exponente más pequeño es el número fraccionario.

\*\*\*) El resultado es una sucesión de números fraccionarios en la que cada término se obtiene multiplicando el anterior por un medio. A modo de ejemplo:

$$(\frac{1}{2})/2=1/4= (\frac{1}{2})^2$$

$$(\frac{1}{2})/4=1/8= (\frac{1}{2})^3$$

$$(\frac{1}{2})/8=1/16= (\frac{1}{2})^4$$

$$(\frac{1}{2})/16=1/32= (\frac{1}{2})^5$$

$$(\frac{1}{2})/32=1/64= (\frac{1}{2})^6 \dots\dots\dots (\frac{1}{2})^n$$

En estas expresiones la constante es  $\frac{1}{2}$ .

### Aprendizajes logrados

Al partir un pan en cinco partes obtengo  $5/5$ , esto significa que: 1) El pan es la unidad concreta que se debe partir en cinco partes iguales. 2) Al partir obtienes partes más pequeñas tantas como la cantidad en que partió. 3) También  $5/5$  se lo puede expresar como 5 veces  $1/5$ , siendo esta una fracción unitaria. Entonces una fracción unitaria  $1/n$  al acumularse una cierta cantidad de veces  $m$ , se obtiene la unidad, siempre que  $m = n$ . 4) Cuando se reparte no debe quedar nada sin repartir. 5) Comprender que una fracción es una parte de una unidad concreta.

### Del trabajo con dos problemas del Papiro de Rhind

#### Observación

- Trabajar con bibliografía resultó muy motivador porque se descubrió a través de la historia de la matemática como representaban los egipcios a las fracciones según el autor y esto permitió poder relacionarlo con las tareas realizadas.

### Aprendizajes logrados

La resolución de los dos problemas del papiro permitiría vincular otros temas matemáticos con las fracciones como es la progresión aritmética.

#### **Actividad 4**

##### Observación

- Resistencia a seguir trabajando con la manipulación de elementos concretos puesto que se suponía que ya se conocía el tema trabajado.

##### Dificultades en el desarrollo de las mismas

En un primer momento se pensó que se debía quitar una misma cantidad a distintas partes por ejemplo  $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$ . Luego de la sugerencia de la asesora se realizó resta de las fracciones consecutivas por ejemplo  $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ , en forma gráfica y numérica. Después de nuevas correcciones se comprendió que se debía continuar con la manipulación de material concreto y superponer uniéndolo en un extremo las distintas tiras.

#### **Finalmente**

##### Observación

A lo largo de esta actividad se pretendió realizar una descripción del proceso del trabajo realizado, como así también poner en evidencias las falencias de los conocimientos básicos que poseen los profesores y maestros.

##### Dudas que se mantienen

Se empleó fracciones unitarias y fracciones propias... ahora. ¿Qué sucede en esta corriente con las fracciones impropias? ¿Cómo y cuándo trabajarlas?.

### Comentarios de la asesora

*Mostrar desde la propia experiencia, lo mucho que ignoramos, acerca de temas que se supone se conocen, y mostrar a la vez que se puede aprender eso que ignoramos y mucho más; permitirá visualizar un problema que tiene relación directa con la formación de profesores, formadores de maestros. Y con la formación de los maestros.*

*Igualmente permitirá comprender que muchas de las dificultades en la enseñanza y por tanto en el aprendizaje, se deben a que las matemáticas escolares, no han sido estudiadas suficientemente por parte de los profesores y de los maestros.*