

## UN PROCEDIMIENTO PARA DISEÑAR ENTREVISTAS PERSONALIZADAS QUE PERMITEN IDENTIFICAR HEURÍSTICAS MATEMÁTICAS

*Inés Casetta*

[inescasetta@yahoo.com.ar](mailto:inescasetta@yahoo.com.ar)

Instituto José C. Paz

*Víctor González*

[vgonzale@ungs.edu.ar](mailto:vgonzale@ungs.edu.ar)

*Mabel Rodríguez*

[mrodri@ungs.edu.ar](mailto:mrodri@ungs.edu.ar)

Universidad Nacional de General Sarmiento; Buenos Aires, Argentina

**Recibido:** 25/10/2016 **Aceptado:** 07/12/2016

### Resumen

Nuestro trabajo se enmarca en la Escuela Anglosajona de Resolución de Problemas cuyos inicios se atribuyen a Polya (1965). Ésta pondera, desde sus lineamientos, la importancia del desarrollo de *heurísticas* ante la resolución de problemas. Enfatiza, asimismo la relatividad al sujeto, tanto del concepto de problema, como de las heurísticas que pone en juego y de su reflexión metacognitiva, etc. Por esta razón, al encarar una investigación con este marco teórico, el investigador está obligado a diseñar instrumentos para recabar datos que, en muchos casos, tendrán que estar particularizados a cada sujeto. El objetivo de este trabajo es proponer y validar un procedimiento que permita diseñar entrevistas personalizadas a través de las cuales ahondar en el conocimiento de las heurísticas de las que dispone un sujeto. El contexto en el que se desarrolló el trabajo de campo es la asignatura Matemática, de nivel pre-universitario, en la Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires, Argentina. Como explicamos más adelante, estos estudiantes no tienen trayectoria resolviendo problemas, característica de estos sujetos que condicionan desde el inicio la propuesta. Mostramos en este trabajo la motivación que originó la necesidad de disponer de un procedimiento de estas características, su diseño y validación. Al final incluimos una referencia a la aplicación del procedimiento en otra institución.

**Palabras clave:** Identificación de heurísticas, diseño de entrevistas, resolución de problemas

### A PROCEDURE TO DESIGN PERSONALISED INTERVIEWS FOR IDENTIFYING MATHEMATICAL HEURISTICS

#### Abstract

The theoretical framework of this article is Problem Solving. Its beginning is due to Polya (1965). This framework stands out the development of heuristics in subjects faced to problem solving. It also emphasizes that the concept of problem, the heuristics used and the metacognitive reflection are relative to each student. For this reason, when doing research with this framework the researcher is obliged to design instruments (to obtain data) that need to be particularized to each subject. The purpose of this work is to state and validate a procedure that allows to design personalized interviews through which it is possible to deepen in the knowledge about heuristics that a person have. The context in which the study was done is a pre-university course of Mathematics at the National University of General Sarmiento, Buenos Aires, Argentina. As it will be explained, these students do not have experience

solving problems, fact that conditioned from the beginning this work. There are included: the motivation through which we state the need of such a procedure, its design and validation. At the end a reference to an application of this procedure in another institution is included.

**Keywords:** Identification of heuristics, interviews' design, problem solving

### **Introducción a la problemática y decisiones teóricas**

En el ámbito de la Educación Matemática, al igual que en el de la Ciencia Matemática, hay acuerdo en que la *resolución de problemas* es una actividad central en la construcción de los conocimientos matemáticos. De este modo dicha tarea debiera ocupar un lugar privilegiado en las situaciones de enseñanza y de aprendizaje. Hoy en día, distintas líneas de Educación Matemática adhieren a esta idea, pero con perspectivas diferentes sobre el concepto de problema y lo que resolver problemas en la enseñanza conlleva (Pochulu y Rodríguez, 2012). Entre ellas, en este estudio hemos elegido encuadrarnos en la Escuela Anglosajona de la Didáctica de la Matemática, también llamada *Problem Solving* o Resolución de Problemas cuyos inicios se deben a los aportes de Polya (1965) y que sostenidamente presentan avances y desarrollos por diversos autores que se focalizan en distintos aspectos que la línea contempla. Mencionamos por ejemplo: Lesh & Zawojewski (2007), Schoenfeld (2007), Rodríguez (2008) y Gusmao, Font, y Cajaraville (2009).

El marco teórico de este trabajo está conformado por elementos de este enfoque que describimos a continuación. La definición que asumimos de *problema para un individuo* es la siguiente:

*Un problema para un individuo es una situación que requiere solución y, éste, estando motivado (u obligado por las circunstancias académicas, personales o vitales) no posee ni vislumbra el medio o camino que conduzca a la misma, al menos en lo inmediato.* (Chacón, Farías, González y Poco, 2009, p. 572).

Para el término *heurística* tomamos la formulación de Verschaffel (citado por Koichu, Berman & Moore, 2003) quien lo define como "... estrategias sistemáticas de búsqueda para el análisis y transformación del problema" (p.2). Destacamos que existen en la literatura (Koichu *et al.*, 2003 y Marino y Rodríguez, 2008 y 2009) listados de heurísticas y organizaciones de las mismas que ponen de manifiesto el momento –durante la resolución de un problema– en el que ellas son utilizadas y la finalidad de su uso. Algunas heurísticas son: buscar regularidades, hacer una tabla o gráfico, empezar el problema desde atrás, considerar un caso particular, buscar un problema relacionado, resolver un problema similar más sencillo,

dividir el problema en partes, variar las condiciones del problema, argumentar por el absurdo, utilizar alguna representación semiótica (donde esto significa utilizar alguna representación de algún registro de representación semiótica en el sentido de Duval (1996)), etc.

En Marino *et al.* (2008) se mostró que las resoluciones escritas a problemas no son suficientes para poner de manifiesto la totalidad de heurísticas que un sujeto utiliza. Allí se reporta, a partir de fragmentos de entrevistas personales a propósito de indagar por el uso de cierta heurística (cuya aplicación no era evidente desde la resolución escrita), que los estudiantes han usado otras estrategias que no quedaron plasmadas en el papel y que de no haber mantenido el intercambio oral, hubieran pasado desapercibidas por los investigadores. Este antecedente ha sido tomado como punto de partida para la determinación de la metodología de investigación que presentaremos junto con el planteamiento del problema.

Otro concepto clave en esta línea es el de *metacognición*. Señalamos que:

La Metacognición (Mc) es un constructo de naturaleza teórica que alude a los *conocimientos que una persona tiene acerca de su propia actividad cognitiva*; así que su ámbito está vinculado con la toma de conciencia en cuanto a las acciones cognitivas interiorizadas que una persona lleva a cabo cuando realiza algún esfuerzo intelectual; en el caso específico de la resolución de un problema, implica el reconocimiento, por parte del resolutor, de los procesos internos de pensamiento que él activa cuando intenta resolverlo (González, 1998, p.6).

Existen diversos estudios, como por ejemplo Schoenfeld (1992), Desoete, Roeyers & De Clercq (2003), Lai (2011) y Yang & Lee (2013), que sugieren que la metacognición es “enseñable” y que los estudiantes que han recibido entrenamiento metacognitivo mejoran su desempeño matemático, por ejemplo, en la resolución de problemas y en el razonamiento matemático. La reflexión metacognitiva le permite al estudiante, en su posición de resolutor, monitorear, controlar y dirigir el proceso cognitivo. Schoenfeld menciona que un experto resolutor de problemas discute consigo mismo durante el proceso.

En esta línea didáctica es muy marcado el énfasis que se pone en la *relatividad al sujeto* que se manifiesta en cada uno de los conceptos mencionados. Así como el término presentado es *problema para un individuo*, lo que enfatiza que una actividad podría ser un problema para un estudiante y no serlo para otro; cada sujeto pondrá poner en uso sus propias heurísticas que bien pueden ser diferentes de las utilizadas por otro, ante el abordaje de un

mismo problema. Indudablemente las cuestiones metacognitivas traslucen y dejan ver con total claridad este hecho.

La razón de la elección de este marco teórico es que el trabajo aquí reportado surge de una necesidad que se planteó en una investigación marco en la que trabajamos en esta línea. Presentamos a continuación la motivación que originó este trabajo para lo que necesitamos hacer una breve referencia a ciertos aspectos de la investigación marco recién mencionada. Esta referencia quedará circunscripta a esta intención y no será retomada la investigación marco en lo subsiguiente.

### **Rumbo a la formulación del problema de investigación: Motivación y antecedentes previos**

En la Universidad Nacional de General Sarmiento, de la Provincia de Buenos Aires, Argentina, se dicta la asignatura Matemática como uno de los espacios disciplinares del Curso de Aprestamiento Universitario (CAU), el cual es un curso pre-universitario que es común y obligatorio para acceder a cualquiera de las carreras de esta Universidad. Matemática en el CAU tiene una extensión de 90 horas reloj e incluye contenidos de la escuela media (álgebra básica, conjuntos numéricos, geometría básica, funciones elementales) con un tratamiento que pone énfasis en el uso de los objetos matemáticos para abordar situaciones de la vida cotidiana, la modelización y la argumentación. El curso no está sustentado en la línea de Resolución de Problemas, por lo cual no se presentan problemas (en el sentido específico que esta línea propone), ni se enseñan heurísticas y tampoco se incluye el trabajo de reflexión posterior a las resoluciones que enfatice en estrategias utilizadas. Esto caracteriza a la población de estudiantes como *sin experiencia en resolver problemas* y todo lo que esto conlleva.

Aunque es un curso numeroso, se inscriben alrededor de 1700 estudiantes por año, nuestro acercamiento fue hacia finales de la cursada y la cantidad de estudiantes en ese entonces fue de alrededor de 700.

En la investigación marco tenemos planteados varios objetivos referidos al estudio de heurísticas. Aunque el curso enseña contenidos conceptuales, y no específicamente heurísticas, éstas serán puestas en juego por los alumnos ante actividades que les resulten problemas tanto durante el curso, como después del mismo. Por esto resulta de interés estudiar qué heurísticas tendrán disponibles una vez que hayan terminado la cursada. Para encarar ese

estudio debemos dar respuestas que sean representativas de lo que ocurre en la totalidad de los estudiantes del CAU. Entre las decisiones metodológicas adoptadas para ello, hemos decidido aplicar a la totalidad de los estudiantes cuestionarios con problemas, como primera instancia del trabajo de campo. Para ello, y a partir de los criterios elaborados en Chacón *et al.* (2009), diseñamos problemas. Cada cuestionario se conformó con tres de ellos y tuvieron las siguientes características. Por un lado cada cuestionario involucró contenidos matemáticos diferentes y un análisis a priori de los tres problemas debía mostrar gran diversidad de heurísticas posibles de ser usadas. Necesitamos diseñar cuestionarios diferentes para suministrarlos a la totalidad de los estudiantes, cada uno de los cuales resolvió sólo uno de ellos. Por esta razón, y para lograr fluidez en este escrito, nos referimos simplemente *al cuestionario*, como si hubiera sido uno único para todos los estudiantes. En el anexo pueden verse dos de ellos. La resolución fue individual y domiciliaria y formó parte de la acreditación de la materia. Dentro de las pautas incluidas (ver anexo), se les solicitó que además de la entrega formal, nos entregaran todos sus borradores.

La segunda instancia del trabajo de campo de la investigación marco consiste en llevar adelante entrevistas a estudiantes. La finalidad de las entrevistas es complementar la información referida a heurísticas disponibles pues, como hemos advertido en Marino *et al.* (2008), a través de producciones escritas sólo sería posible identificar algunas de ellas. Nuestro problema se focaliza en cómo diseñar las entrevistas de manera tal que podamos obtener los datos que necesitamos para describir las heurísticas que cada estudiante dispone. Esta cuestión es compleja por varias razones. Una de ellas incide directamente en este trabajo y es la siguiente. Debido al hecho de que las heurísticas son *relativas a cada sujeto* entendemos que para ahondar en el conocimiento de cuáles dispone cada estudiante, no es conveniente utilizar un único protocolo para las entrevistas. Por lo tanto, y por el contrario, consideramos que debemos diseñar *para cada sujeto* un protocolo de entrevista apropiado y personalizado que nos permita ampliar el conocimiento sobre las heurísticas que dispone.

Aquí es donde nace la motivación de la investigación que reportamos en este artículo. Estos antecedentes nos ubican en este punto: necesitamos criterios que nos permitan decidir a partir del dato de la resolución escrita del cuestionario, cómo diseñar cada entrevista para que resulte apropiada (en el sentido que nos posibilita ahondar en el conocimiento de las heurísticas disponibles) para cada uno de los estudiantes.

### **El problema de investigación y cuestiones metodológicas**

Aunque consideramos que para el lector podría resultar relevante para comprender lo que motivó este trabajo, y por eso incluimos la sección anterior, a partir de aquí nos desligamos del vínculo con la investigación marco y nos enfocamos en dar precisiones sobre el planteo y el trabajo que reportamos en este artículo.

Para el contexto de trabajo descrito, y con el marco teórico establecido, el objetivo de investigación es: *establecer, fundamentar y validar un procedimiento que permita diseñar entrevistas personalizadas para cada estudiante tales que nos posibilite ampliar el conocimiento de sus heurísticas.*

Resaltamos que si un sujeto elevara al plano consciente los procesos de pensamiento que movilizó durante la resolución de un problema (aun cuando no lo hubiera resuelto correctamente) y fuera capaz de comunicarlos, o nosotros pudiéramos advertirlos, tendríamos más herramientas para identificar las heurísticas que utiliza. Por esta razón, nos interesa que las entrevistas a diseñar permitan generar condiciones para que cada sujeto haga consciente sus procesos de pensamiento y nos los comunique o tengamos la posibilidad de advertirlos. Para ello, necesitamos conocer técnicas para recabar información de los procesos de pensamiento puestos en juego a la hora de resolver problemas. El Cuadro 1 contiene una descripción de técnicas con las que se pueden diseñar entrevistas que confeccionamos a partir de González (2009) y que consideramos parte del marco teórico que hemos ampliado a propósito del estudio.

Para lograr el objetivo tomamos las siguientes decisiones metodológicas. En primer lugar, luego de ajustar para este trabajo la tabla anterior, establecimos y fundamentamos el procedimiento para el diseño de las entrevistas, para lo que precisamos en qué casos y condiciones utilizar técnicas de las mencionadas en el Cuadro 1. Con el procedimiento establecido hicimos una primera validación del mismo. Para ello, seleccionamos una muestra intencional de estudiantes a quienes les diseñamos cada una de sus entrevistas y las aplicamos. Incluimos la justificación de la selección de la muestra en el apartado correspondiente a la validación del procedimiento. La forma en la que pusimos a prueba el procedimiento es: seleccionar estudiantes, por medio del procedimiento diseñar las entrevistas, aplicarlas, analizar los datos recabados para estudiar si se amplió el conocimiento sobre las heurísticas de

los estudiantes. Si esto último ocurre, entenderemos que el diseño ha sido pertinente y por lo tanto sostendremos el procedimiento. En caso contrario, intentaremos ajustarlo.

**Cuadro 1:** Técnicas y sus características para el diseño de entrevistas

<b>CON VÍNCULO CON UN PROBLEMA</b>			
<b>Concurrente con la resolución</b>		<b>En forma retrospectiva</b>	
<b>Técnica</b>	<b>Características</b>	<b>Técnica</b>	<b>Características</b>
<i>Interrogatorio auto-reflexivo</i>	El sujeto analiza, revisa su actividad cognitiva a partir de preguntas y lo hace concurrentemente con la resolución de un problema asignado	<i>Recuerdo estimulado</i>	Se le muestra al sujeto un video con su resolución y se estimula el recuerdo con preguntas.
<i>Pensar en voz alta (introspección)</i>	El sujeto expresa todos sus pensamientos mientras resuelve el problema.	<i>Auto-observación retrospectiva libre</i>	Se invita al sujeto a describir sus experiencias cognitivas al resolver un problema y éste las da a conocer mediante un relato libre.
<i>Clínica verbal</i>	Interrogatorio flexible, que sigue el pensamiento del sujeto sin un protocolo rígido y es puramente verbal.	<i>Auto-observación retrospectiva</i>	El sujeto analiza su accionar cognitivo objetivamente después de resolver un problema.
<i>Clínica revisada</i>	Interrogatorio flexible con objetos concretos. Se obtiene información verbal y manifestaciones de conducta no verbales.	<i>Cuestionario retrospectivo</i>	Se diseña un cuestionario en el que se invita al sujeto a reflexionar sobre el accionar cognitivo que mantuvo al resolver un problema. Debe aplicarse inmediatamente después de concluida su resolución.
<b>SIN VÍNCULO CON ALGÚN PROBLEMA ESPECÍFICO</b>			
<b>Técnica</b>	<b>Características</b>		
<i>Hipotética</i>	Se da un problema que no resuelven, salvo hipotéticamente. Mencionan todo lo que saben, distinto al pensamiento en voz alta que mencionan lo que usan.		
<i>Cuestionario metacognoscitivo</i>	Es un cuestionario que indaga de manera general sobre el modo de abordar el problema. Se graban en video y audio las respuestas al cuestionario. Se aplica antes de la resolución de un problema que será resuelto por el sujeto. Se contrastan las respuestas con lo observado al resolver.		
<i>Reportes verbales</i>	El sujeto responde a preguntas o cuestionarios luego de haber resuelto problemas.		

### **Desarrollo**

Contamos con la aplicación del cuestionario a la totalidad de estudiantes y el análisis de las resoluciones.

#### **El procedimiento para diseñar entrevistas y su fundamentación**

Paso 1: decidir si se eligen técnicas (del Cuadro 1) con vínculo con un problema o sin vínculo con ellos atendiendo al siguiente criterio.

### Criterio para elegir

- Si el sujeto tiene poca experiencia en la resolución de problemas, en mantener una reflexión metacognitiva e identificar qué estrategias utiliza, *restringir las técnicas a las que tengan vínculo con un problema.*

La razón de esta decisión es que al tener poca experiencia en estos aspectos resultará apresurado tratar de expedirse sobre el reconocimiento de este tipo de accionar en su producción. Es esperable que la reflexión metacognitiva sea posterior a varias resoluciones de problemas, razón por la cual esto último se transforma en un requisito previo. Cabe señalar que esta poca experiencia en resolver problemas podría darse incluso en estudiantes avanzados si, por ejemplo, han cursado asignaturas con una modalidad tradicional de enseñanza. En este tipo de enseñanza, los estudiantes tienen un rol pasivo, el docente explica, muestra ejemplos y asigna tareas rutinarias, de aplicación de lo enseñado que se resuelven en general siguiendo la línea de los ejemplos resueltos por el docente.

- En caso contrario, cuando nuestro conocimiento sobre los sujetos nos permita saber que tienen experiencia en resolver problemas, más formación matemática, que evidencien haber recibido enseñanza de heurísticas, pasos en la resolución de problemas, etc. se habilita la elección de alguna de las técnicas sin vínculo con algún problema. Consideramos que en este caso, *se podrían combinar técnicas con y sin vínculo con un problema.*

Este contexto no inhabilita que se pueda sumar la posibilidad de poner al sujeto ante la resolución de un problema nuevo y estudiar su accionar.

En nuestro caso, por lo explicado sobre el contexto, las características de la materia Matemática del CAU y los estudiantes estaremos siempre trabajando bajo la opción *con vínculo con el problema*, por lo que continuamos dando precisiones del procedimiento a partir de esta decisión.

Paso 2: analizar las resoluciones escritas en términos de heurísticas que han puesto en juego. Al hacerlo, identificar si está claro cuáles heurísticas han sido usadas, y también si se identifican porciones de lo escrito en las que no resulta clara la forma de resolver del estudiante (tal vez infiriendo posibles vínculos entre el borrador y la hoja pasada en limpio).

Paso 3: utilizar los siguientes criterios generales, que permiten acotar las técnicas con las que diseñar las entrevistas.

### Criterios para elegir

- En los casos en los que el análisis de las resoluciones escritas pusiera de manifiesto un amplio repertorio de heurísticas, no utilizar técnicas que apelen al análisis retrospectivo y utilizar técnicas concurrentes con la resolución de un nuevo problema. Éste debe ser similar al problema resuelto en el sentido de: conservar, en un análisis a priori, la misma variedad de heurísticas que el/los problemas resueltos por escrito.

La fundamentación de este criterio se basa en que consideramos que la claridad en la resolución presentada permite anticipar que, si la entrevista se basara en la resolución entregada, el estudiante se guiará por su escrito y no nos aportará nuevos datos. En cambio, al enfrentarse con un nuevo problema podremos seguir al estudiante mientras hace sus razonamientos, busca caminos, explora métodos, etc. entendiendo que esto nos brinda la posibilidad de advertir nuevas heurísticas que su producción escrita no reveló. Es importante atender a las características señaladas para seleccionar o diseñar el nuevo problema. Pretendemos ampliar el conocimiento sobre heurísticas que el sujeto dispone y que no se vieron en el escrito, ante una resolución similar a la que había entregado. Debido al cuidado en la elección de los problemas que conforman cada cuestionario es de esperar que no aparezcan nuevas heurísticas en la entrevista que no hayan tenido lugar en posibles resoluciones del mismo. Esto nos permitirá sostener que el conocimiento nuevo que adquirimos sobre heurísticas disponibles en el estudiante se deba a la entrevista en sí.

- Si las resoluciones escritas pusieran de manifiesto indicios del uso de distintos registros de representación semiótica, pero su uso no nos resulta claro por no comprender con qué finalidad los ha utilizado, acordamos en utilizar *las técnicas retrospectivas*.

En este caso, la fundamentación apela a poder dilucidar la intención del uso de los distintos registros en términos de heurísticas que pueda estar utilizando el estudiante.

Presentamos a continuación la validación del procedimiento.

### **Validación del procedimiento**

Para validar el procedimiento, hicimos lo siguiente:

- ✓ seleccionamos una muestra de estudiantes,
- ✓ siguiendo el procedimiento propuesto diseñamos sus entrevistas,

- ✓ las aplicamos y
- ✓ analizamos los datos recabados con la intención de estudiar si la finalidad perseguida por las entrevistas se alcanza.

Si este último fuera el caso, podríamos considerar que el procedimiento ha sido efectivo. De no serlo, o de observar otros matices que no hubiéramos considerado, tendríamos elementos para plantear ajustes y volver a validar.

Explicamos, en primer lugar, cómo seleccionamos la muestra. Para ello, contamos con la resolución del cuestionario de la totalidad de los estudiantes. Lo central de la muestra es que debe permitirnos poner a prueba el procedimiento.

Notar que hay dos casos en los que consideramos que la tarea asignada *no resultó problema para el individuo*:

- a) Si el estudiante presenta la *resolución al cuestionario y el borrador en blanco*, sin resolver, entenderíamos que la tarea propuesta le resultó inaccesible.
- b) Si el estudiante presenta *en blanco su borrador pero presenta la resolución del problema* (independientemente de que esté o no correcta). En este caso, entendemos que no necesitó hacer intentos en borrador y no utilizó heurísticas, simplemente porque la tarea no fue un problema para él, consideró que tenía claro cómo resolver, recorrió ese camino y obtuvo una respuesta.

En estos dos casos, tendríamos que darles una nueva consigna que resulte problema para ellos y comenzar nuevamente con la producción escrita, el borrador para luego seguir el procedimiento de diseño de la entrevista. Por lo tanto no consideraremos estos estudiantes para la muestra.

Si tuviéramos un alumno que "solo entrega su borrador", tendríamos que indagar primeramente por qué no entregó su resolución en limpio. En función de su respuesta habría que elegir la técnica para diseñar la entrevista o bien darle un nuevo problema y comenzar de nuevo desde la producción escrita.

A partir de lo dicho, nos interesa seleccionar estudiantes que, ante la resolución escrita de problemas, sus producciones incluyen:

- I. intentos previos a la entrega formal (en el borrador) y

- II. algún tipo de explicación, tanto para probar o descartar caminos como para comunicar su resolución o parte de ella (esté o no matemáticamente correcta, tanto sea en el borrador y/o en la presentación en limpio)

De este modo, la muestra intencional se conformó con estudiantes que cumplieran las condiciones I y II recién mencionadas y constó de quince estudiantes. Entendemos que estos son los casos más delicados donde es necesario estudiar la adecuación del procedimiento.

En lo sucesivo presentamos para dos sujetos de la muestra:

- a) El uso del procedimiento para la selección de la técnica para diseñar la entrevista (pasos 1, 2 y 3)
- b) Detalles del diseño de las mismas, y
- c) Reportamos brevemente la aplicación y análisis de resultados.

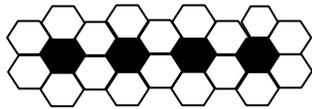
Ambos casos cumplen los requisitos I y II. Por una cuestión de espacio no incluimos la fundamentación de este hecho, aunque algunas evidencias se infieren a partir de las referencias del cuestionario que hemos incluido para explicar la selección de la técnica para cada uno de los estudiantes. Respecto del paso 1, como ya fundamentamos hemos decidido seleccionar una técnica con vínculo con el problema de modo que quedan descartadas las técnicas: *hipotética*, *cuestionario metacognoscitivo* y *reportes verbales*.

### **Caso 1 - Estudiante “A”**

Paso 2: Analizamos la resolución de su cuestionario (ver anexo: cuestionario asignado al estudiante A) en términos de heurísticas y buscamos identificar porciones de lo escrito en las que no es clara la forma de resolver.

En la resolución de los problemas 1 y 2 el estudiante utiliza variedad de registros de representación semiótica en su borrador y es capaz de concatenar su razonamiento estableciendo claramente los pasos que realiza cuando pasa en limpio la entrega. Utiliza diversas heurísticas al abordar ambos problemas, acorde al análisis a priori que teníamos realizado. En la resolución del problema 3 el estudiante explica parcialmente su forma de resolución, quedando confusa parte de la respuesta. Sin embargo, ejemplifica, utiliza el lenguaje natural, separa en casos, etc. A continuación ejemplificamos el análisis realizado en la resolución del problema 1.

**Problema 1.** *En una plaza se quieren poner canteros, rodeándolos con baldosas hexagonales, como se muestra en la figura*



a) ¿Cuántas baldosas se necesitarán si se quieren colocar 100 canteros?

b) ¿Cuál es la máxima cantidad de canteros que se pueden armar si se dispone de 620 baldosas?

A partir de las resoluciones del borrador (figura 1-A) y de la entrega en limpio (figura 2-A), se observa el uso de las siguientes heurísticas: *la utilización de los esquemas para contar*, como puede verse cuando pinta completamente en el borrador algunas baldosas al indicar que solo deben agregarse cuatro de ellas por cada cantero, excepto en el primero. El uso de la heurística *utilizar alguna representación semiótica* se advierte al encontrarse el planteo de la expresión simbólica, con aclaraciones coloquiales de los significados de las letras utilizadas, y la aplicación de la expresión para responder la pregunta. También en el planteo de la expresión, podemos considerar a partir del razonamiento de conteo, que apeló a *buscar regularidades*.

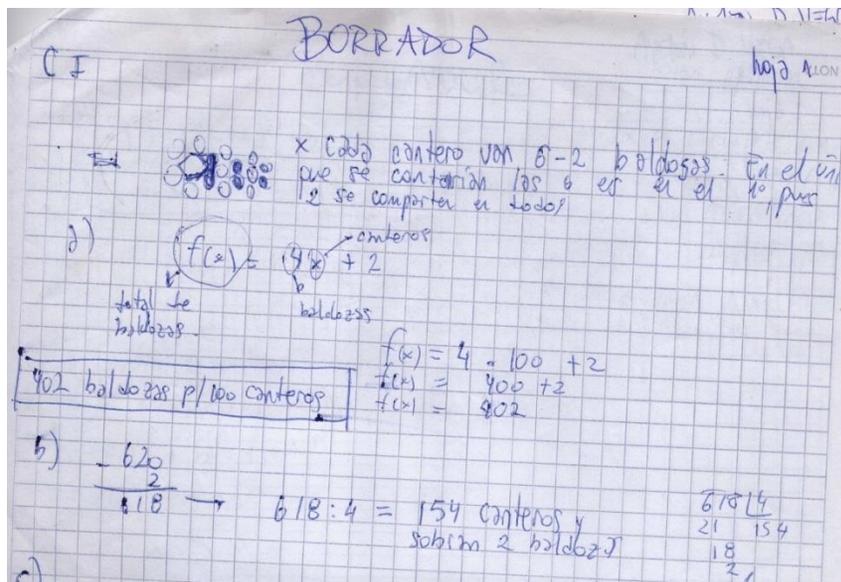


Figura 1-A

En la figura 2-A, se observa que el estudiante incluyó aclaraciones que ponen de manifiesto la comprensión de los métodos utilizados. Cabe resaltar que aquí presenta un parámetro “c” para la cantidad de canteros. Esto posiblemente pueda significar que el estudiante ha advertido un cierto tipo de estructura general, no dependiente del 4 que utilizó

para responder, y posiblemente imagine problemas análogos que podrían plantearse con una estructura similar.

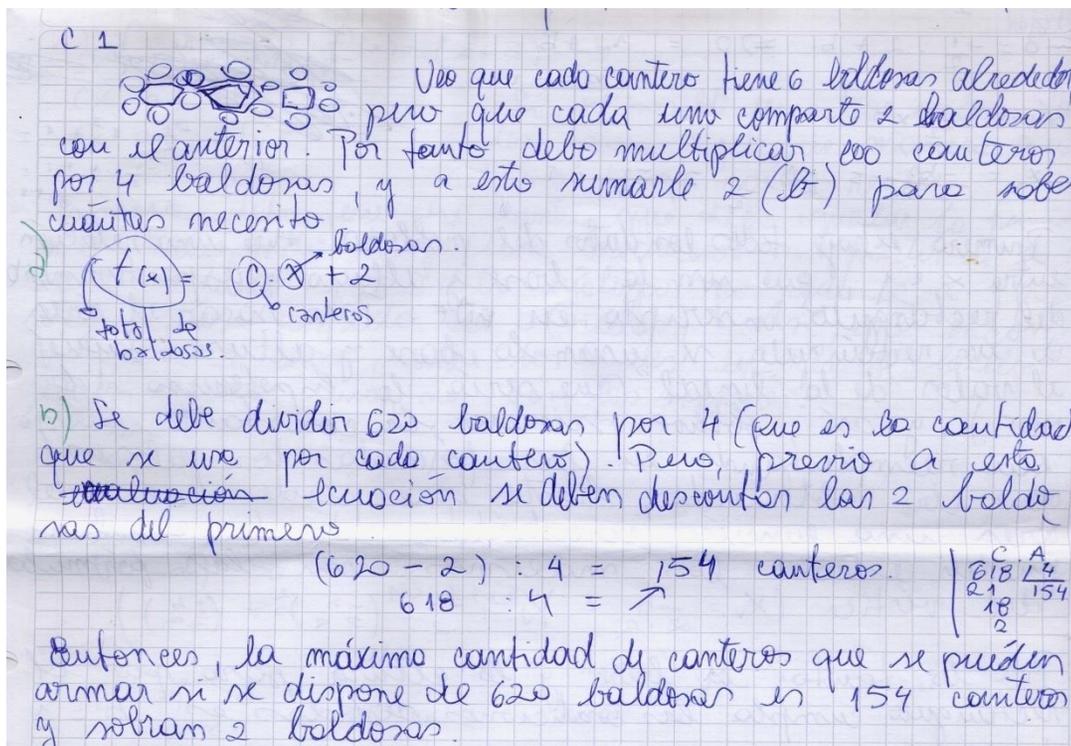


Figura 2-A

Paso 3: tomamos la decisión de qué técnica utilizar

Dos de las tres resoluciones fueron claras y exhibieron variedad de heurísticas. En el problema 3, detectamos el uso de heurísticas pero el desarrollo no aporta claridad respecto de su razonamiento, el orden en que decidió usar cada registro de representación, el paso de uno a otro, etc. Con lo señalado anteriormente, determinamos que la técnica apropiada para diseñar la entrevista es una de las concurrentes con el problema. Entre las posibles, descartamos el *interrogatorio auto-reflexivo* pues, atendiendo a las características de los estudiantes pre-universitarios mencionadas antes, no queremos exponerlo a dos tareas complejas simultáneas, como lo son resolver problemas y la actividad metacognitiva. Por las mismas características de los estudiantes, consideramos adecuado ofrecerle objetos concretos para acercarlo a la actividad, por lo que seleccionamos la *clínica revisada*. Además, nos interesó evitar condicionar su razonamiento con nuestras preguntas, razón por la cual la técnica prioritaria seleccionada es la de *pensar en voz alta* y por lo tanto descartamos la *clínica verbal*. De este modo, combinamos dos técnicas teniendo en cuenta minimizar la presencia de las preguntas de

la clínica revisada. Solo utilizaríamos el *interrogatorio flexible* en caso de que no se comprendiera el problema.

Como anticipamos, incluimos el diseño de la entrevista según la técnica especificada para este estudiante.

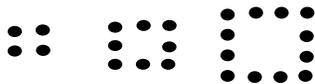
### **Diseño de la entrevista con las técnicas de *pensar en voz alta* y *clínica revisada* para el estudiante “A”**

El diseño de la entrevista comienza con el siguiente encabezado:

*Nosotros ahora te invitamos a resolver un problema más, que tal vez te llame la atención realizar. La particularidad que tiene esta entrevista es que necesitamos saber qué es lo que estás pensando durante el tiempo que te ocupe la resolución del problema. Para eso, esperamos que **todo el tiempo** nos vayas diciendo qué es lo que estás pensando. No nos importa tanto si lo que haces está bien o no... sino que la clave está en focalizar lo que estás pensando en cada uno de los pasos de tu razonamiento al resolver la actividad. Por esta razón, si en algún momento te notamos callada, te vamos a preguntar ¿en qué estás pensando? Te lo aclaramos antes porque no queremos que te moleste.*

A continuación incluimos los enunciados planteados en la entrevista. La primera consigna fue la única dada oralmente para que el entrevistado se distendiera y familiarizara con la actividad. Las siguientes fueron dadas por escrito y la lectura y comprensión de ellas quedó a cargo del estudiante.

**Consigna oral:** *La situación es así, aquí voy a armar una secuencia de figuras, con porotos, de la siguiente manera:*



*Voy a llevar un registro en este papel de la cantidad de fichas que son usadas por cada figura, contando las fichas una por una. Así es que registro que en la primera figura hay 4 fichas, en la segunda 8, y en la tercera 12. ¿Podrías armar la siguiente figura con los porotos que hay en la mesa (hay 40 porotos en la mesa)? Con las restantes ¿podés armar la siguiente figura de la secuencia?*

**Consignas escritas:**

A) *¿Cuántos porotos necesitás para armar la figura que ocupa el octavo lugar? No vale desarmar nada de lo ya hecho.*

B) *Con 306 porotos ¿podés armar una configuración de la secuencia, sin que te sobre ninguno? ¿Podrías armar una configuración de la secuencia usando la mayor cantidad de porotos posible?*

C) *Con las restantes ¿es posible armar otra configuración más pequeña?*

D) *Pensando en general, esto es, supongamos una cantidad arbitraria (una cantidad cualquiera) de porotos, se nos presentan dos posibilidades:*

*- usamos todos los porotos para armar la configuración*

*- o nos sobran porotos. Detengamos nuestra atención en este caso ¿con los porotos restantes es posible armar un cuadrado menor? ¿Siempre?*

El problema planteado admite la utilización de variedad de heurísticas, coincidentes con las que exhibió en la resolución del cuestionario.

### **Caso 2 - Estudiante “E”**

Como el Paso 1 está establecido para estos alumnos, avanzamos al siguiente.

Paso 2: Analizamos la resolución de su cuestionario (ver anexo: cuestionario asignado al estudiante E) en términos de heurísticas y buscamos identificar porciones de lo escrito en las que no es clara la forma de resolver.

El estudiante “E” muestra, en la hoja borrador, variedad de intentos, de posibles heurísticas, utilizando distintos registros semióticos. Para la entrega en limpio, selecciona parte del borrador, lo reorganiza y presenta respuestas correctas. Sin embargo, en la parte del borrador que no se comparte con la entrega en limpio, no se entiende el uso que le dio a algunos elementos, tampoco es evidente en qué orden realizó sus intentos ni por qué los descarta para su entrega en limpio. Incluimos evidencias de esto en el desarrollo del Paso 3 al presentar un extracto del borrador de la estudiante, en el que aparecen anotaciones numéricas sobre las que no sabemos si las realizó previamente a una generalización, si fueron realizadas para chequear una fórmula o simplemente son ejemplos aislados. Además, se exhiben las anotaciones que realiza en un esquema que no corresponden directamente con el enunciado del problema 2 del cuestionario, pero sí podría ser considerado como parte de un pensamiento más general en el que el problema pasaría a ser un caso particular de éste.

Paso 3: tomamos la decisión de cuál técnica utilizar

A partir del Paso 2, determinamos que la técnica apropiada para diseñar la entrevista es una que le permita mirar sobre su resolución escrita, por lo que elegimos las que son *en forma retrospectiva* del cuadro 1. Dado que no contamos con filmaciones del estudiante resolviendo problemas, descartamos el *recuerdo estimulado*. Por la falta de experiencia en llevar adelante reflexión metacognitiva por cuenta propia, acorde a las características de los estudiantes pre-universitarios, descartamos la *auto-observación retrospectiva libre* que exigiría realizar un relato libre. Decidimos no utilizar el *cuestionario retrospectivo* pues teníamos variedad de cuestiones a preguntar de su cuestionario y por esa razón no le daríamos un problema nuevo, requerimiento para esta técnica. De este modo, proponemos diseñar la entrevista utilizando la técnica *auto-observación retrospectiva*.

**Diseño de la entrevista con la técnica de *auto-observación retrospectiva***

El diseño de la entrevista comienza con el siguiente encabezado:

*Hemos seleccionado tu cuestionario porque es uno de los más claros en cuanto a la resolución de los problemas planteados. Ahora te invitamos a volver a mirar tu resolución porque quisiéramos hacerte algunas preguntas sobre el escrito que realizaste. La idea es poder rescatar de lo realizado más detalles de cómo pensaste, esto es ¿qué habías pensado en cada paso que dejaste por escrito? ¿Qué cosas no dejaste por escrito? Básicamente nuestro foco está en ver las estrategias y formas de pensamiento que utilizaste a la hora de resolver ese problema.*

A continuación incluimos un extracto del borrador presentado en relación con el problema 2 del cuestionario, figura 1-E y 2-E, que son la evidencia que da fundamento al objetivo que persigue el entrevistador y de esta manera a las preguntas que se formularan en la entrevista.

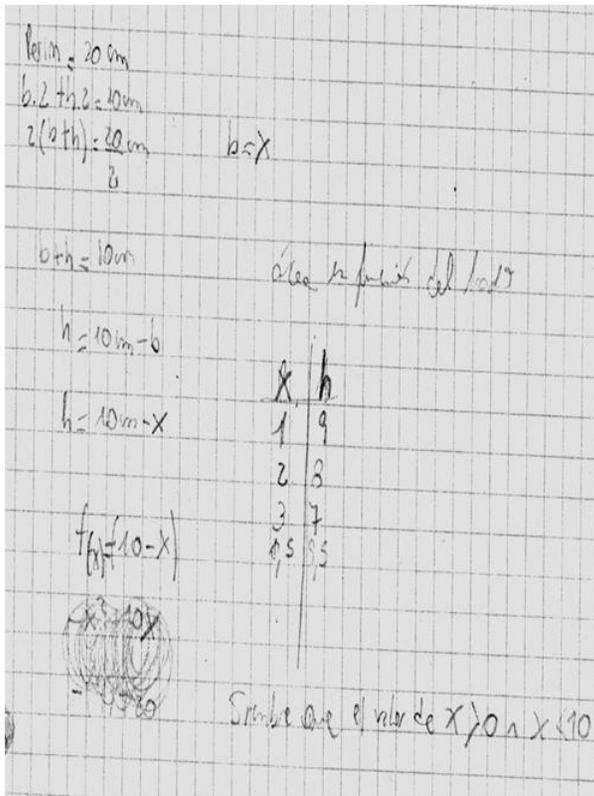


Figura 1-E

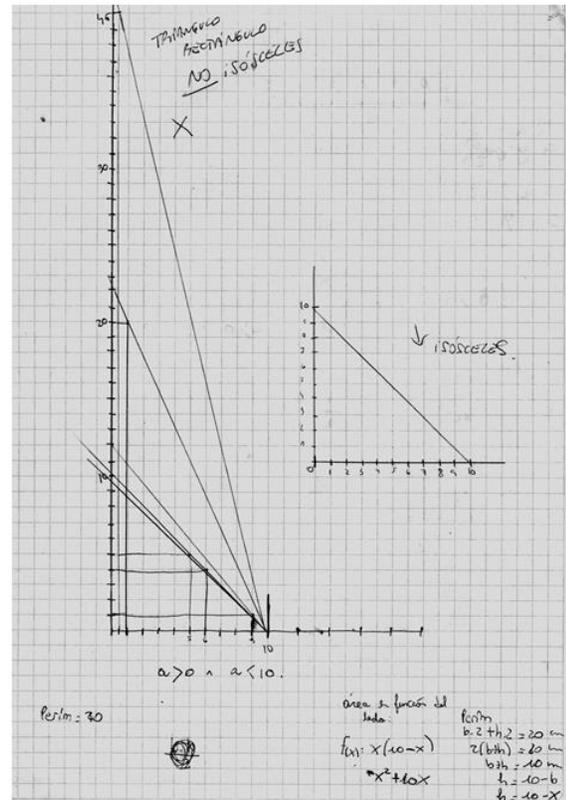


Figura 2-E

Con respecto a las figuras 1-E y 2-E, en la entrevista planteamos: *Quisiéramos que enumeres cronológicamente cómo llevaste adelante las distintas etapas de la resolución de esta actividad, desde que hiciste la lectura del enunciado, comenzaste a pensar en el borrador y lo pasaste en limpio. Del borrador nosotros encontramos que usaste: fórmulas (y/o expresiones simbólicas), gráficos, tablas de valores, otro gráfico con anotaciones en otra hoja. ¿Cómo sería la enumeración cronológica? Esto es: ¿qué hiciste primero? ¿Y cómo seguiste? ¿Cómo se vinculan en esta secuencia de pasos? El objetivo de las preguntas enunciadas es identificar el orden del uso de los distintos registros de representación, pues suponemos que la secuencia de cambios de registros deriva y/o habilita el uso de alguna heurística.*

Con respecto a la figura 2-E, para la entrevista planteamos las siguientes preguntas. La implementación contempla esperar que responda una pregunta para luego hacer las siguientes.

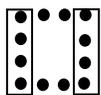
Preguntas: *Observá tu respuesta del borrador. Pareciera que dividís en dos casos, ¿es así? ¿Cuáles son y a qué se deben? En uno tenés varios esquemas gráficos y además hacés la mención “triángulo rectángulo no isósceles” y en el otro sólo tenés un esquema gráfico en el*

que escribís “isósceles”. ¿Para qué los realizaste? Entiendo que uno de tus esquemas sólo es una réplica del que propone el enunciado ¿pero el otro?, ¿en qué pensabas? Parece que aquí tenés para contarme, ¿hiciste cuentas? Sí parece que hiciste algunos rectángulos dentro de los triángulos, ¿qué te aportó? El objetivo que se persigue aquí es testear si lo que realiza es para chequear la siguiente conjetura: Siempre un triángulo encierra rectángulos cuyo perímetro es fijo; posiblemente formulada luego de la realización de la actividad. También podríamos ver si utiliza la heurística *trabajar hacia atrás* suponiendo que todos los rectángulos tenían el perímetro pedido.

### Sobre el análisis de resultados

Incluimos una breve referencia a cuestiones que surgieron del análisis de los resultados obtenidos a partir de la entrevista realizada a los dos estudiantes.

En cuanto al estudiante “A”, en la resolución del problema de los porotos, éste pone en juego las heurísticas *hacer un esquema* con la que se ayuda para contar y *encontrar regularidades*. La primera estrategia la utiliza para cantidades manejables de porotos (donde podría contar uno a uno) así como en cantidades con las que abandonaría el intento de hacer un esquema que le permita contar de a uno. Su primera forma de contar (ver esquema 1) fue: señalar que las dos líneas verticales contienen la totalidad de porotos que se da por lado, reconociendo que lo que le resta para sumar es “dos veces” la cantidad por lado menos dos. Destacamos además, que cambió tres veces la forma de contar permitiéndole esto chequear cuentas particulares realizadas (el uso del esquema 3) y asegurar que la cantidad total de porotos a utilizar en cada configuración debía ser múltiplo de 4 (uso para ello el esquema 2)



Esquema 1



Esquema 2



Esquema 3

Al responder la última pregunta (consigna D), el estudiante utiliza un recurso geométrico –la simetría de la figura– para argumentar que la cantidad de porotos sobrantes debe ser 1, 2 o 3 pues sostiene –haciendo referencia a la figura– “*agrego uno de este lado, uno de este lado, uno de este lado, y uno de este lado. Y otra vez, uno de cada lado. Uno, dos, tres, cuatro. Y me quedarían como mínimo 1 y como máximo 3 porotos*”.

En cuanto al estudiante “E”, en el desarrollo de la entrevista mostró amplia capacidad de memoria en el trabajo retrospectivo. Describió la secuencia cronológica que había seguido en la resolución del problema 2 del cuestionario, y esto nos permitió identificar como el estudiante *organiza su búsqueda de solución del problema*. Menciona básicamente cuatro etapas: Comprensión del problema, elaboración de un plan, ejecución del plan y por último comprobación de la solución.

Dentro de cada una de estas etapas se logró ampliar el conocimiento sobre heurísticas de las que dispuso el estudiante en la resolución del problema. Con respecto a la comprensión del problema el estudiante menciona a la lectura del enunciado y el esbozo de un gráfico para esclarecer la situación como elementos claves de esta etapa (así como una cuestión importante que éste tiene presente al momento de resolver un problema matemático).

El estudiante hace uso de la heurística *utilizar alguna representación semiótica* tanto en la etapa exploratoria del problema así como en la elaboración de su plan y ejecución de la solución. Esto se evidencia a través del uso de tablas de valores (y esquemas gráficos) para chequear casos particulares en la etapa exploratoria, así como en la determinación de una función (dotando de significado al dominio y valores posibles en la imagen de la función, contextualizados ambos por el enunciado del problema) que le permite modelizar la situación y luego garantizar la solución del problema.

Consideramos que la decisión de la técnica utilizada para el diseño de la entrevista para ambos estudiantes fue apropiada pues nos permitió enriquecer el conocimiento previo que teníamos de en los siguientes aspectos:

Estudiante “A”

- La capacidad de *encontrar regularidades* fue enriquecida por el uso simultáneo de una heurística vinculada con las formas geométricas involucradas.
- Logra verbalizar “problemas análogos” (el ejemplo que da en la entrevista suponiendo una disposición triangular) con la finalidad de ejemplificar su modo de pensar. Entendemos ahora que probablemente cuando en el cuestionario utilizó un parámetro (“c” en el problema de las baldosas, ver figura 2-A), estaba razonando de manera análoga a esta.
- En un pasaje de la entrevista se puso de manifiesto que el estudiante no comprendía la pregunta D sino un problema parecido, mucho más complejo, que intentó abordar con una

serie de heurísticas que le permitieron dar respuestas parciales. Para esta instancia fue útil haber conjugado la técnica *clínica revisada* junto con *pensar en voz alta*.

#### Estudiante “E”

- La heurística *utilizar alguna representación semiótica* fue advertida explícitamente en la entrevista, entendiéndose que de la lectura de su cuestionario había señales de su uso.
- La forma de *organizar una búsqueda de solución al problema* resulta ser una estrategia general de la que dispone el estudiante y que no podría haber sido detectada desde su escrito. Uno de los supuestos que habíamos postulado en el análisis de las respuestas a su cuestionario, mencionadas en el Paso 2, referido a para qué y en qué momento utiliza ciertos gráficos, no fue ratificada tras la entrevista.

### **Discusión y cierre**

Entendemos que lo reportado hasta aquí permite al lector tener una idea de por qué el diseño de entrevistas se transformó, para nosotros, en un problema de investigación en sí, cuando inicialmente dentro de la investigación marco, era un asunto metodológico, simplemente. La decisión de reportar este trabajo independientemente de la otra investigación se debe a que consideramos que el procedimiento puede resultar útil a la comunidad educativa para el momento del diseño de entrevistas.

La primera validación del procedimiento que hemos llevado a cabo puso de manifiesto que, con el diseño de las entrevistas podemos ampliar el conocimiento sobre las heurísticas que los estudiantes disponen y que no se advierten en las resoluciones escritas. Es clave para ello que los problemas que se proponen en las entrevistas, cuando es el caso, sean análogos, en el sentido que en un análisis a priori admitan el uso del mismo tipo de heurísticas, a los que se resolvieron por escrito. Esto nos permite sostener que es a raíz de la entrevista que podemos ampliar el conocimiento sobre las heurísticas y no por la presencia de un problema nuevo que permite poner en juego otro tipo de heurísticas que no estuvo contemplado en el cuestionario. Claramente esta primera validación solamente nos da un punto de partida que nos alienta a contar con más aplicaciones que permitan fortalecer la hipótesis de su adecuación para la finalidad perseguida.

Al respecto, investigadores que trabajan en una temática similar a la nuestra en otra institución y en otra provincia de la Argentina lo han aplicado. Relatamos a modo de cierre esa experiencia que puede verse en Poco y González (2010). La misma se realizó con la población

de estudiantes ingresantes al Seminario Universitario de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) Facultad Regional Concepción del Uruguay, Entre Ríos, Argentina. Mediante un proceso análogo al llevado a cabo en la Universidad Nacional de General Sarmiento se diseñaron problemas matemáticos y se suministraron a la totalidad de los estudiantes que cursaban el Seminario. Esta población de estudiantes, ingresantes universitarios, no poseen formación específica en resolución de problemas, a consecuencia y al igual que en el caso de UNGS, las técnicas para diseñar las entrevistas fueron tomadas entre aquellas que tienen vínculo con el problema. El equipo de UTN diseñó problemas, a partir de ellos, cuestionarios y los aplicaron a la totalidad de estudiantes.

A partir de allí y siguiendo el procedimiento descrito, diseñaron entrevistas para estudiantes. El diseño particularizado de las entrevistas permitió ampliar el conocimiento sobre heurísticas disponibles en los estudiantes, en particular advirtieron algunas que no se habían puesto de manifiesto en las resoluciones de los cuestionarios.

Las experiencias de validación y aplicación del procedimiento en UTN nos permiten sostener su adecuación para disponer de un diseño de entrevistas que enriquece el conocimiento sobre las heurísticas que disponen estudiantes. Será interesante continuar con la aplicación en otros contextos y seguir robusteciendo los argumentos que permiten sostener su adecuación para la finalidad perseguida.

### **Bibliografía**

- Chacón, M., Farías, S., González, V. y Poco, A. (2009). Un procedimiento para establecer criterios para elaborar problemas. *Memorias del 10º Simposio de Educación Matemática*. Buenos Aires: Edumat.
- Desoete, A., Roeyers, H. & De Clercq, A. (2003). Can off-line metacognition enhance mathematical problem solving? *Journal of Educational Psychology*, 95 (1), 188-200. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/834/83490208.pdf>
- Duval, R. (1996). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hit (Ed.) *Investigaciones en Matemática Educativa* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- González, F. (1998). Metacognición y Tareas Intelectualmente Exigentes: El caso de la Resolución de Problemas Matemáticos. *Zetetiké* 6 (9), 59–87.
- González, F. (2009). *Métodos, técnicas y procedimientos para el estudio de procesos de pensamiento*. UPEL, Maracay, Venezuela. Documento interno de trabajo.
- Gusmao, T., Font, V. y Cajaraville, J. (2009). Análises cognitivo e metacognitivo de práticas matemáticas de resolução de problemas: o caso Nerea. *Educação Matemática Pesquisa*. 11(1), 8-43.

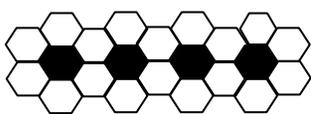
- Koichu, B., Berman, A. & Moore, M. (2003). Very able students think aloud: An attempt at heuristic microanalysis. *3rd International Conference: Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students*, Bulgaria.
- Lai, E. (2011). Metacognition: A literature review. Research Report. Recuperado el 04 de febrero de 2015 de <http://images.pearsonassessments.com/images/tmrs/Meta-cognition Literature Review Final.pdf>
- Lesh, R. & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. K. Lester, Jr. (Ed.). *The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 763-804). National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Marino, T. y Rodríguez, M. (2008). Heurísticas en la resolución de problemas matemáticos: análisis de un caso. *Memorias de la II Reunión Pampeana de Educación Matemática*, Universidad Nacional de La Pampa. Formato CD.
- Marino, T. y Rodríguez, M. (2009). Un estudio exploratorio sobre heurísticas en estudiantes de un curso de matemática de nivel pre-universitario. *Paradigma*, XXX (2), 165-186.
- Pochulu, M., Rodríguez, M. (comps.). Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., Casetta, I., Crespo Crespo, C., Colombano, V., Formica, A., Marino, T., Nápoles Valdés, J., Ortiz Hurtado, M., Pochulu, M., Rodríguez M., Scaglia, S., Visokolskis, S. y Zolkower, B. (2012). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Los Polvorines: Ediciones UNGS; Villa María: Eduvim.
- Poco, A. y González, V. (2010). Un acercamiento a identificar heurísticas espontáneas en estudiantes de matemática pre-universitaria. *IX Conferencia Argentina de Educación Matemática (IX CAREM)*. Universidad de Villa María, Córdoba, Argentina.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México. [Versión en español de la obra How to solve it publicada por Princeton University Press en 1945]
- Rodríguez, E. (2008). A networking method to compare theories: metacognition in problem solving reformulated within the Anthropological Theory of the Didactic. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 40 (2), 287-301.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in Mathematics. In D. Grouws (Ed.) *Handbook for research on mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan.
- Schoenfeld, A. (2007). Problem solving in the United States, 1970-2008: research and theory, practice and politics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, 5-6, pp.537-551.
- Yang, C. & Lee, S. (2013). The Effect of Instruction in Cognitive and Metacognitive Strategies on Ninth-Grade Student` Metacognitive Abilities. *New Waves –Educational Research and Development*, 16(1), 46-55.

## Anexos

### CUESTIONARIO ASIGNADO AL ESTUDIANTE “A”

Anotá todo lo que pienses cuando desarrollas la resolución de cada uno de los problemas, SIN BORRAR NI TACHAR nada. Necesitamos ver todo lo que realizás para hacer la actividad. Si pensaste algo que finalmente decidiste no escribir o no entregar, por favor escribilo en la hoja borrador

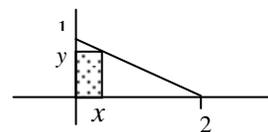
**Problema 1:** En una plaza se quieren poner canteros, rodeándolos con baldosas hexagonales, como se muestra en la figura



a) ¿Cuántas baldosas se necesitarán si se quieren colocar 100 canteros?

b) ¿Cuál es la máxima cantidad de canteros que se pueden armar si se dispone de 620 baldosas?

**Problema 2:** Dado el triángulo de vértices  $M = (0,0)$ ,  $N = (2,0)$  y  $F = (0,1)$ , para cada valor de  $x$  en el intervalo  $[0,2]$  es posible determinar un rectángulo inscripto en el triángulo  $MNF$ , cuyos lados miden  $x$  e  $y$ , como lo muestra la figura:



Determinar cuál es el mayor rectángulo inscripto en  $MNF$ , es decir el de área máxima, indicando cuáles son los valores de  $x$  e  $y$  correspondientes.

**Problema 3:** a) Dada la función  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (x - a)^3 + b$ , ¿es posible determinar valores para  $a$  y  $b$  de manera que  $f$  no tenga raíces reales?

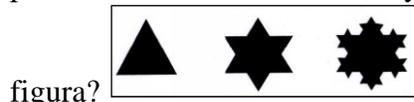
b) Dada la función  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (x - a)^4 + b$ , ¿es posible encontrar valores para  $a$  y  $b$  de manera que  $f$  no tenga raíces reales?

---

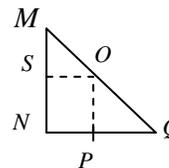
### CUESTIONARIO ASIGNADO AL ESTUDIANTE “E”

Anotá todo lo que pienses cuando desarrollas la resolución de cada uno de los problemas, SIN BORRAR NI TACHAR nada. Necesitamos ver todo lo que realizás para hacer la actividad. Si pensaste algo que finalmente decidiste no escribir o no entregar, por favor escribilo en la hoja borrador

Problema 1: La primera figura tiene 3 lados y 3 picos, la segunda tiene 12 lados y 6 picos, la tercera tiene 48 lados y 18 picos, y así sucesivamente. ¿Cuántos picos tendrá la quinta



Problema 2: Dibujar un triángulo rectángulo isósceles MNQ en el que el cateto NQ mida 10 cm. Determinar, si es posible, un punto P sobre dicho cateto tal que el rectángulo NPOS, que se muestra en la figura, tenga perímetro 20 cm. ¿Es posible encontrar otros puntos que cumplan las condiciones de P? Si es así indicar todos los posibles



Problema 3: Uniendo segmentos que miden  $(1/a)$  cm., donde  $a$  es algún número natural, se quiere armar un segmento que mida 5 cm. ¿Cuántos segmentos que miden  $(1/a)$  cm. se necesitan? (Aclaración: en esta unión los segmentos no se enciman).

**Autores**

**Inés Casetta**

Licenciada en Enseñanza de las Ciencias, con especialización en Matemática  
Investigador ad honorem en el Instituto del Desarrollo Humano de la UNGS  
Investigador en Educación Matemática, Formación de Profesores.  
[inescasetta@yahoo.com.ar](mailto:inescasetta@yahoo.com.ar)

**Víctor González**

Especialista en Didáctica de las Ciencias con Orientación en Matemática  
Investigador-docente en el Instituto del Desarrollo Humano de la UNGS  
Investigador en Educación Matemática, Formación de Profesores.

**Mabel Rodríguez**

Doctora de la Universidad de Buenos Aires, área Matemática  
Investigadora-docente en el Instituto del Desarrollo Humano de la UNGS  
Investigadora en Educación Matemática, Formación de Profesores.  
[mrodri@ungs.edu.ar](mailto:mrodri@ungs.edu.ar)